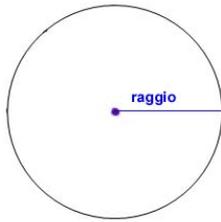


LA CIRCONFERENZA e IL CERCHIO

La circonferenza è un poligono regolare con un numero infinito di lati

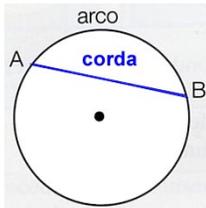
Bisogna fare innanzitutto una distinzione:

- la circonferenza è la misura del perimetro; C (se sono più di una circonferenza si scrive C_1 ; C_2)
- il cerchio è la misura dell'area. A_C (se sono più di una circonferenza si scrive A_{C_1} ; A_{C_2})

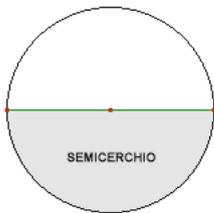


- **OA = raggio** – segmento che unisce il centro con un punto qualsiasi della circonferenza (perciò può essere tracciato in ogni verso)

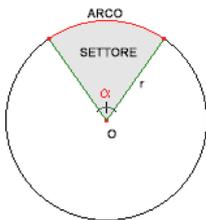
Nel cerchio le parti da conoscere sono:



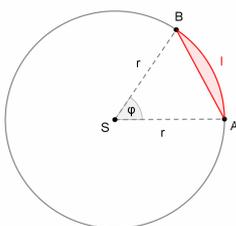
- **\overline{AB} = corda** – segmento che unisce due punti della circonferenza senza passare per il centro (nei problemi per convenzione viene disegnata perpendicolare al raggio)
- **\widehat{AB} = arco** – parte di circonferenza compresa fra due punti



- **AB = diametro** – è formato da due raggi adiacenti (cioè sulla stessa retta) ed è considerata l'unica corda passante per il centro, perciò anche quella di massima lunghezza.
- **AB = semicirconferenza** - le due parti di circonferenza uguali divise dal diametro



- **\widehat{AOB} = settore circolare** – parte di cerchio compreso tra due raggi



- **\widehat{AB} = segmento circolare** – parte di cerchio compresa tra una corda e un arco di circonferenza delimitato

Il rapporto tra la misura della circonferenza e il suo diametro è costante ed è perciò sempre uno stesso numero decimale illimitato non periodico, detto Pi Greco che vale 3,14.....:

$$\pi = \frac{c}{d} = \frac{C}{2r}$$

Da questa formula si ricava le formule per ottenere la circonferenza e l'area conoscendo il raggio e viceversa:

$$C = 2\pi r \quad \text{da cui ottenere} \quad r = \frac{c}{2\pi}$$

$$A = \pi r^2 \quad \text{da cui ottenere} \quad r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

DIFFERENZA TRA MISURA ESATTA O APPROSSIMATA

Ogni misura dell'area del cerchio o della circonferenza ha due risultati: uno esatto (con il π non calcolato) e uno approssimato (con il π calcolato). Per estrarre il π da una misura approssimata e trasformarla in una misura esatta si opera in questo modo:

Es: Un cerchio ha l'area che misura $78,5 \text{ cm}^2$. Calcola la misura della circonferenza

$$A_c = 78,5 \text{ cm}^2 = \frac{78,5}{3,14} = 25\pi \text{ cm}^2 \quad \text{quindi} \quad r = \sqrt{\frac{25\pi}{\pi}} = 5 \text{ cm}$$

$$C = 2 \cdot 5 \pi = 10\pi \text{ cm} = 10 \cdot 3,14 = 31,4 \text{ cm}$$

RISOLUZIONE DEI PROBLEMI

Per risolvere un problema bisogna trovare il **raggio del cerchio**, quindi deve essere considerata come una domanda nascosta. Nelle varie figure geometriche il raggio del cerchio inscritto o circoscritto diventa parte dei poligoni.

Es1:

Calcola la misura della circonferenza e del cerchio inscritto in un quadrato che ha il perimetro che misura 40 cm.

$$\text{raggio} = \frac{1}{2} \text{ lato del quadrato}$$

Es2:

Calcola la misura dell'area di un quadrato inscritto in un cerchio avente la circonferenza che misura 62,8 cm

$$\text{raggio} = \frac{1}{2} \text{ diagonale del quadrato}$$

Es3:

Calcola la misura della circonferenza e del cerchio inscritto in un rombo che ha il perimetro di 100 cm e una diagonale lunga 40 cm.

$$\text{raggio} = \text{altezza relativa all'ipotenusa del triangolino interno}$$

Es4:

Calcola la misura della circonferenza e del cerchio inscritto in un trapezio isoscele che ha il perimetro di 100 cm e la base minore che misura 18 cm

$$\text{raggio} = \frac{1}{2} \text{ altezza del trapezio}$$

Es5:

Un rettangolo, inscritto in un cerchio, ha il perimetro di 84 cm e la base che misura 18 cm. Calcola l'area e la circonferenza del cerchio.

$$\text{raggio} = \frac{1}{2} \text{ diagonale del rettangolo}$$

TEOREMA DELLA CORDA

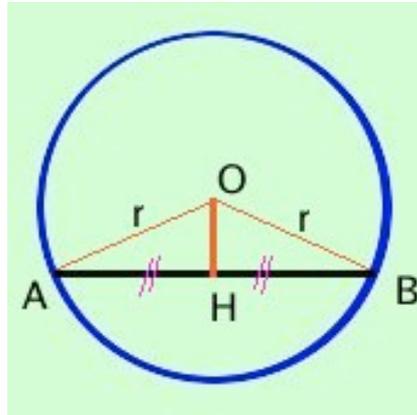
La distanza OH tra la corda e il centro della circonferenza è perpendicolare alla corda e la divide in due parti uguali (AH = HB). Si formano due triangoli rettangoli AHO e BHO uguali aventi i raggi della circonferenza come ipotenusa.

AO = *ipotenusa* (raggio della circonferenza)

AH = *cateto maggiore* (metà corda)

OH = *cateto minore* (distanza del centro dalla corda)

Es: Calcola la misura della corda AB che dista dal centro 5 cm la cui circonferenza misura 81,64 cm.

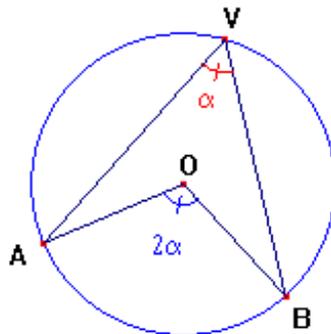


TEOREMA DI DANTE

Così chiamato non perché l'abbia fatto Dante Alighieri, ma perché nel paradiso vi fa riferimento dicendo "come se fosse possibile inscrivere in una semicirconferenza un triangolo che non sia rettangolo" - Canto 13 del Paradiso (vv.101-102) "o se del mezzo cerchio far si puote triangol si ch'un retto non avesse"

Il reale teorema è detto: **teorema degli angoli al centro e alla circonferenza**.

Se disegno un angolo che ha il vertice V sulla circonferenza con estremi A e B e poi disegno un angolo che ha il vertice O al centro della circonferenza con gli stessi estremi A e B (si dice che "insistono sullo stesso arco AB"), allora l'angolo al centro è il doppio di quello alla circonferenza (viceversa quello alla circonferenza è la metà di quello al centro).



CASO LIMITE: l'angolo al centro è piatto (180°) allora quello alla circonferenza è retto (90°).

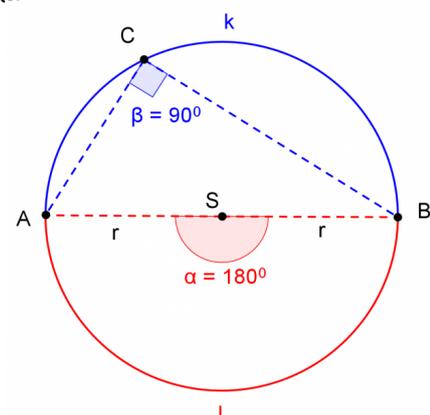
I due angoli originano perciò una figura geometrica perché l'angolo al centro ha i lati che sono adiacenti (su una retta) e si crea un triangolo rettangolo che ha come ipotenusa il diametro della circonferenza.

Da cui la frase di Dante:

Ogni triangolo inscritto in una semicirconferenza è rettangolo

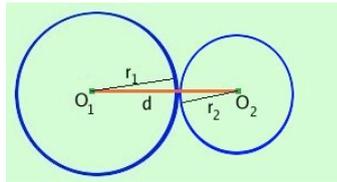
Es: Un triangolo scaleno avente il lato minore che misura 7 cm è inscritto in una semicirconferenza che ha il raggio che misura 12,5 cm. Calcola:

- l'area del triangolo;
- l'area del semicerchio;
- la lunghezza della semicirconferenza.



POSIZIONI RECIPROCHE DI 2 CIRCONFERENZE

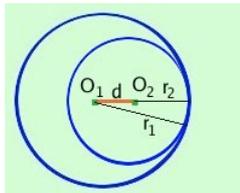
1. **TANGENTI ESTERNE** ----- la distanza dai centri è uguale alla somma dei due raggi



distanza $O_1O_2 = r_1 + r_2$

Es: Due circonferenze sono tangenti esternamente e la distanza dai loro centri misura 72 cm e il raggio di una misura 32 cm. Calcola l'area e la circonferenza dei due cerchi

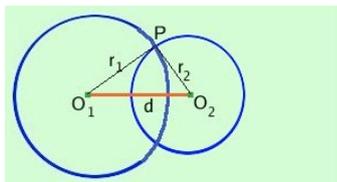
2. **TANGENTI INTERNE** ----- la distanza dai centri è uguale alla differenza dei raggi



distanza $O_1O_2 = r_1 - r_2$

Es Due circonferenze sono tangenti internamente e la distanza dai loro centri misura 30 cm e il raggio di una è $\frac{8}{3}$ di quella dell'altra. Calcola l'area e la circonferenza dei due cerchi

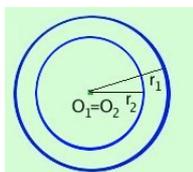
3. **SECANTI** ----- la distanza dai centri è minore della somma dei due raggi è maggiore della loro differenza. L'angolo in P è retto per il teorema di Dante.



distanza $O_1O_2 = \sqrt{r_1^2 + r_2^2}$

Es: I raggi di due circonferenze secanti misurano rispettivamente 12 cm e 9 cm. Calcola la distanza dei centri delle due circonferenze.

4. **CONCENTRICHE** ----- si ottiene una figura detta **CORONA CIRCOLARE**. La distanza dei due centri è nulla



distanza $O_1O_2 = 0$

$C_{cor} = C_1 + C_2$
 $A_{cor} = A_1 - A_2$

Es: Calcola l'area e la circonferenza di una corona circolare sapendo che l'area del cerchio interno misura 81π cm² e che il diametro di quella esterna misura 42 cm

PARTI PROPORZIONALI DEL CERCHIO E DELLA CIRCONFERENZA

Possiamo creare delle proporzioni tra le parti di un cerchio partendo da una catena di rapporti. Sono infatti in proporzionalità diretta (all'aumentare di uno aumenta anche l'altro) le seguenti parti:

- la circonferenza e un suo arco ----- $C : l$
- l'area del cerchio e un suo settore circolare ----- $A_c : A_s$
- l'angolo giro del centro e un sua parte di angolo al centro ----- $360 : \alpha$

A seconda della necessità si può creare una proporzione unendo a due a due i rapporti per creare una proporzione del 3 semplice.

$$C : l = A_c : A_s = 360 : \alpha$$

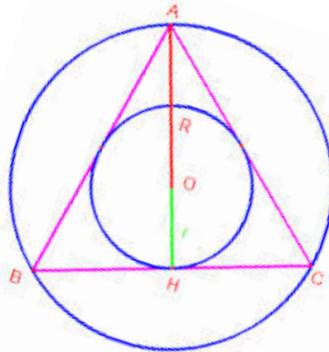
Es: Calcola l'area di un settore circolare corrispondente a un angolo al centro che misura 160° e appartenente a un cerchio avente l'area di $2025\pi \text{ cm}^2$

• **TEOREMA DEL DOPPIO RAGGIO**

In ogni triangolo isoscele e in ogni triangolo equilatero l'altezza relativa alla base è suddivisa in 3 parti uguali: Il raggio del cerchio che si può inscrivere dentro al triangolo è detto APOTEMA e misura 1/3 dell'altezza relativa alla base. (l'altezza è il triplo dell'apotema)

Il raggio del cerchio che si può circoscrivere fuori al triangolo è detto RAGGIO ESTERNO e misura 2/3 dell'altezza relativa alla base.

(l'altezza è divisibile in 3 SU e l'apotema è 1 SU mentre il raggio esterno è 2 SU)



• **SEGMENTO CIRCOLARE**

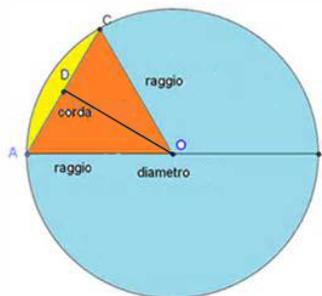
Possiamo creare delle proporzioni tra le parti di un cerchio partendo da una catena di rapporti. Sono infatti in proporzionalità diretta (all'aumentare di uno aumenta anche l'altro) le seguenti parti:

AC = corda

OD = distanza della corda dal centro

OC = OA = raggio

AOC = triangolo isoscele



$$A_{\text{seg. circ.}} = A_{\text{setto}} AOC - A_{\text{triangolo}} \text{ (arancione)}$$

Es: Calcola l'area di un segmento circolare corrispondente a un angolo al centro che misura 36° e appartenente a un cerchio avente l'area di $625\pi \text{ cm}^2$. La corda che sottende (forma) il segmento circolare misura 14 cm.