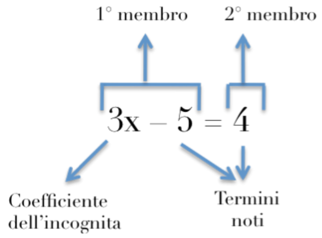
LE EQUAZIONI

Identità **-** è un'uguaglianza fra due espressioni algebriche, di cui almeno una letterale, verificata per qualsiasi valore che attribuiamo alle lettere in essa contenute.
Es: $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ oppure $2x + 3x = 9x - 4x$ Qualsiasi valore si attribuisce alle lettere le uguaglianze sono sempre vere.

Equazione **-** è un'uguaglianza fra due espressioni algebriche, di cui almeno una letterale, verificata solo per particolari valori attribuiti alle lettere che figurano in essa. La lettera presente prende il nome di "***incognita***"(sconosciuta).
Risolvere un'equazione significa determinare i valori particolari (detti ***soluzione o radice***) da attribuire all'incognita affinché sia vera l'uguaglianza.
Es: $x - 3 = 2$ l'incognita x può avere come soluzione solo +5 perché l'uguaglianza sia vera.

La terminologia appropriata è:



L'equazioni possono essere classificate a seconda:

- **tipi di coefficienti dell'incognita** - (se l'incognita ha come coefficiente una frazione si dice che l'equazione è "fratta". Se compaiono solo numeri interi si dice che l'equazione è "intera", se l'incognita compare al denominatore si dice che l'equazione è "frazionaria")
- **numero di incognite** - (a una, a due, e tre incognite, ecc..)
- **esponente dell'incognita** - (primo grado se l'esponente è 1, secondo grado se l'esponente è 2, ecc.). Il grado corrisponde anche al numero di soluzioni che può avere l'incognita:
  - primo grado - 1 soluzione - $2x - 3 = 7$ con $x = +5$
  - secondo grado - 2 soluzioni - $x^2 = +9$ con $x = +3$ e $x = -3$

1. PRINCIPI DI EQUIVALENZA

Due equazioni si dicono equivalenti se hanno la stessa soluzione. Quindi avendo la stessa soluzione possiamo porle in uguaglianza.

- ***primo principio*** – Addizionando o sottraendo a entrambi i membri di un'equazione una stessa quantità (numero relativo o monomio) la soluzione non cambia.

  REGOLA DEL TRASPORTO: ogni termine di un'equazione può essere trasportato a destra o sinistra dell'uguale cambiato di segno.

  Es:
  $$2x - 3 = -4x + 2$$
  $$2x + 4x = +2 + 3$$
  $$6x = 5$$

  REGOLA DELL'ELIMINAZIONE: se vi sono in entrambi i membri dell'equazione due termini uguali, possono essere eliminati (cancellati). Infatti diventerebbero opposti se uno dei due fosse trasportato all'altro membro.

  Es:
  $$2x - 5 = 3x - x - 5$$
  $$2x = 3x - x$$

- ***secondo principio*** – Moltiplicando o dividendo entrambi i membri di un'equazione una stessa quantità (numero relativo o monomio diverso da zero) la soluzione non cambia.

  REGOLA DEL CAMBIO DI SEGNO: si applica se dopo la somma di tutti i monomi si ottiene una x negativa. Moltiplico ogni espressione algebrica per -1 perché la x negativa non può essere calcolata.

  Es:
  $$x - 3 = 4x + 2$$
  $$x - 4x = +3 + 2$$
  $$-3x = 5$$
  $$3x = -5$$

  REGOLA DELLA SOPPRESSIONE DEI DENOMINATORI: si applica in due casi

  1. Per calcolare il valore finale di x in una equazione intera, si dividono i termini dell'equazione per il coefficiente della x.
     Es: $3x = -2$
     $$\frac{3x}{3} = -\frac{2}{3}$$

  2. Si calcola il minimo comune denominatore in una equazione fratta per trasformarla in equazione intera
     Es: $\frac{1}{6}x - 2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}x$ faccio l'm.c.d. e ottengo un'equazione intera $\frac{x-12}{6} = \frac{3-2x}{6}$ da cui $x - 12 = 3 - 2x$

2. RISOLUZIONE DI UN'EQUAZIONE DI 1° GRADO A UN'INCOGNITA

Per trovare la soluzione di un'equazione si deve ridurre l'equazione a forma normale $ax = b$ (*un solo monomio incognito a sinistra dell'uguale e un solo termine noto a destra dell'uguale*) e ricavare il valore dell'incognita.

PROCEDIMENTO:

- si eliminano le parentesi seguendo le operazioni indicate;
- se l'equazione è in termini frazionari, si riduce a forma intera eliminando con il m.c.d. i denominatori;
- si applica la regola del trasporto, portando tutti i termini noti al secondo membro e quelli con l'incognita al primo membro;
- si eseguono le addizioni algebriche in modo da ottenere l'equazione ridotta a forma normale $ax = b$;
- se l'incognita è negativa si trasforma in positiva con la regola del cambio di segno;
- si determina la soluzione $x = \frac{b}{a}$ dividendo entrambi i membri per il coefficiente dell'incognita.

ES: $\frac{9}{4}x - 3 - \left(2x + \frac{5}{3}\right) = \frac{7}{2}x + \frac{1}{3}$

DISCUSSIONE DELLA SOLUZIONE

- ***determinata*** – la soluzione esiste ed è unica $x = \frac{b}{a}$ con $a,b \neq 0$
- ***determinata ma uguale a zero*** - la soluzione esiste ed è 0 data da $x = \frac{0}{a}$ con $b = 0$ e $a \neq 0$
- ***indeterminata*** – l'equazione ammette infinite soluzioni date da $x = \frac{0}{0}$ con $a,b = 0$ perché $0 \cdot x = 0$ e qualsiasi numero moltiplicato per zero da zero.
- ***impossibile*** – l'equazione non ammette soluzioni poiché $x = \frac{b}{0}$ con $a = 0$ e $b \neq 0$ perché $0 \cdot x = b$ e non esiste alcun numero che moltiplicato per zero dia un risultato diverso da zero.

3. VERIFICA DELLA SOLUZIONE DELL'EQUAZIONE

Dopo aver risolto un'equazione bisogna controllare se la soluzione è esatta. Per verificare tale valore si procede in questo modo:

- sostituire l'incognita a entrambi i membri dell'equazione con il valore trovato;
- calcolare il valore di ciascun membro;
- se la soluzione è esatta si deve ottenere un'uguaglianza tra due valori identici.

Es:
$$2x + 12 + 7x = -13 - x$$
$$2x + 7x + x = -13 - 12$$
$$10x = -25$$
$$x = -\frac{25}{10} = -\frac{5}{2}$$

la verifica è:
$$2\left(-\frac{5}{2}\right) + 12 + 7\left(-\frac{5}{2}\right) = -13 - \left(-\frac{5}{2}\right)$$
$$-5 + 12 - \frac{35}{2} = -13 + \frac{5}{2}$$
$$\frac{-10 + 24 - 35}{2} = \frac{-26 + 5}{2}$$
$$-\frac{21}{2} = -\frac{21}{2}$$

4. PROCEDIMENTO DI RISOLUZIONE DI UN'EQUAZIONE CON FRAZIONI COMPLESSE

Sono equazioni in cui al numeratore compare una somma di monomi non simili, per cui non semplificabili. Dopo aver applicato la regola della soppressione dei denominatori si deve:

- moltiplicare il numero ottenuto dal denominatore per tutti i termini del numeratore;
- separare i monomi, dopo averli moltiplicati per il segno davanti alla grande frazione.

Es$_1$:
$$\frac{3+x}{3} - \frac{2-x}{3} = -\frac{x-3}{6} + \frac{1}{2} - \frac{2(x-1)}{2}$$
$$\frac{2(3+x)}{6} - \frac{2(2-x)}{6} = -\frac{x-3}{6} + \frac{3}{6} - \frac{6(x-1)}{6}$$
$$6 + 2x - 4 + 2x = -x + 3 + 3 - 6x - +6$$
$$2x + 2x + x + 6x = 3 + 3 - 6 + 4 + 6$$
$$11x = 10$$
$$x = \frac{10}{11}$$

Es
$$\frac{3x + \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} + \frac{x+1}{2} = \frac{\frac{x+1}{2} + 1}{4}$$
$$\frac{\frac{6x+1}{2}}{\frac{3-2}{6}} + \frac{x+1}{2} = \frac{\frac{x+1+2}{2}}{4}$$
$$\frac{6x+1}{2} : \frac{1}{6} + \frac{x+1}{2} = \frac{x+3}{2} : 4$$
$$\frac{6x+1}{2} \cdot \frac{6}{1} + \frac{x+1}{2} = \frac{x+3}{2} \cdot \frac{1}{4}$$
$$18x + 3 + \frac{x+1}{2} = \frac{x+3}{8}$$
$$\frac{144x + 24 + 4(x+1)}{8} = \frac{x+3}{8}$$
$$144x + 24 + 4x + 4 = x + 3$$
$$144x + 4x - x = 3 - 24 - 4$$
$$147x = -25$$
$$x = -\frac{25}{147}$$

5. PROCEDIMENTO DI RISOLUZIONE DI PROBLEMI RISOLVIBILI CON EQUAZIONI

ES: ***Il triplo dell'età di Marco diminuito di 5 è uguale al doppio della sua età aumentata di 3***

- ***scelta dell'incognita***
  x: età di Marco
- ***traduzione del problema in equazione***
  $3x - 5 = 2x + 3$
- ***risoluzione dell'equazione***
  $3x - 2x = 5 + 3$
  $x = 8$
- ***verifica della soluzione***
  $3 \cdot 8 - 5 = 2 \cdot 8 + 3$
  $25 - 5 = 16 + 3$
  $19 = 19$
- ***discussione della soluzione***
  la soluzione dell'equazione è $x = 8$ ed è accettabile perché è un numero positivo che rispecchia il valore dell'età di una persona; infatti x∈N.
- ***risposta***
  Marco ha 8 anni.