GEOMETRIA ANALITICA

(Figure geometriche nel piano cartesiano)

Nel piano cartesiano ogni punto è rappresentato da due valori numerici detti "coordinate dei punti" e si rappresentano con un ordine ben preciso $P(x;y)$

1. DISTANZA TRA DUE PUNTI

- ***2 punti con la stessa ascissa (stessa x)*** – il segmento è parallelo all'asse y perciò la misura della distanza si calcola sui valori delle ordinate:

$$AB = |y_A - y_B|$$

- ***2 punti con la stessa ordinata (stessa y)*** – il segmento è parallelo all'asse x perciò la misura della distanza si calcola sui valori delle ascisse:

$$AB = |x_A - x_B|$$

- ***2 punti qualsiasi*** – si utilizza il teorema di Pitagora che ha come cateti i due segmenti paralleli agli assi.

$$AB = \sqrt{|x_A - x_B|^2 + |y_A - y_B|^2}$$

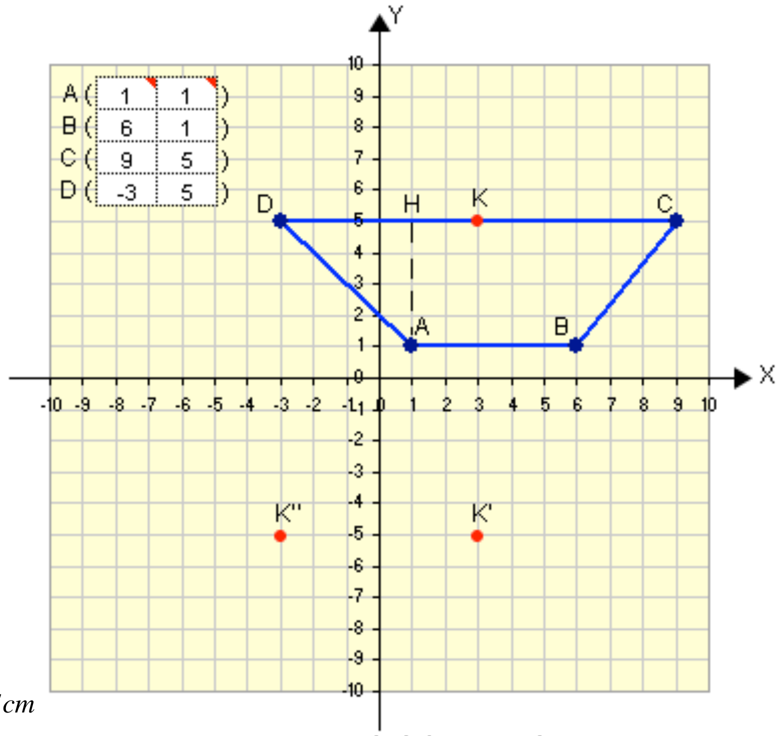
- ***punto medio di un segmento*** – dati due punti di coordinate $A(x_A;y_A)$ e $B(x_B;y_B)$, il loro punto medio ha coordinate pari alla semisomma delle ascisse e delle ordinate dei due punti

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \qquad y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

- ***punti simmetrici*** – hanno coordinate particolari:
  - rispetto all'asse x: uguale valore di x, opposto valore di y
  - rispetto all'asse y: opposto valore di x, uguale valore di y
  - rispetto all'origine: entrambe le coordinate di valore opposto

PROBLEMA: Disegna i seguenti punti nel piano cartesiano: A (1;1) ; B (6;1) ; C (9;5) ; D (-3; 5). Descrivi la figura geometrica ottenuta unendo i punti e dopo aver calcolato:

- l'area del quadrilatero;
- il perimetro del quadrilatero;
- il punto medio K del lato CD;
- il simmetrico K' del punto K rispetto all'asse X;
- il simmetrico K'' del punto K rispetto all'origine.



TRAPEZIO SCALENO

$$H = (+1;+5)$$

$$AB = |x_A - x_B| = |(+1)-(+6)| = |1-6| = |-5| = 5cm$$

$$AH = |y_A - y_H| = |(+1)-(+5)| = |1-4| = |-4| = 4cm$$

$$CD = |x_C - x_D| = |(+9)-(-3)| = |9+3| = |+12| = 12cm$$

$$BC = \sqrt{|x_B - x_C|^2 + |y_B - y_C|^2} = \sqrt{|(+6)-(+9)|^2 + |(+1)-(+5)|^2} =$$

$$= \sqrt{|6-9|^2 + |1-5|^2} = \sqrt{|-3|^2 + |-4|^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5cm$$

$$AD = \sqrt{|x_A - x_D|^2 + |y_A - y_D|^2} = \sqrt{|(+1)-(-3)|^2 + |(+1)-(+5)|^2} =$$

$$= \sqrt{|1+3|^2 + |1-5|^2} = \sqrt{|+4|^2 + |-4|^2} = \sqrt{16+16} = \sqrt{32} = 5{,}656 = 5{,}7cm$$

$$A_{ABCD} = \frac{(CD+AB)\cdot AH}{2} = \frac{(12+5)\cdot 4}{2} = 34cm^2$$

$$P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD = 5+4+12+5{,}7 = 27{,}7cm$$

2. EQUAZIONE DELLA RETTA GENERICA

L'equazione di una retta generica è $y = ax + b$ dove:

a* =** ***COEFFICIENTE ANGOLARE DELLA RETTA. Cioè è l'inclinazione della retta rispetto all'asse x;
se è positivo la retta passa per il primo quadrante, se è negativo per il secondo quadrante;
se è maggiore di 1 si avvicinerà all'asse y, se è minore di 1 si avvicinerà all'asse x.

b* =** ***TERMINE NOTO o ***INTERCETTA***. Cioè rappresenta l'ordinata del punto in cui la retta interseca l'asse y;
se è positivo la retta taglia l'asse y sopra l'asse x, se è negativo la retta taglia l'asse y sotto l'asse x.

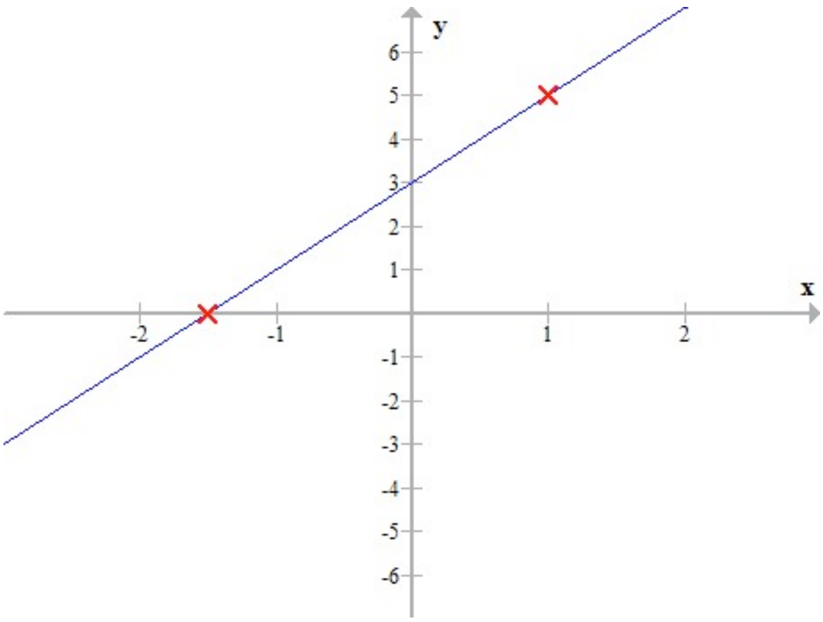
Per individuare una retta sono necessari 2 punti nel piano, per cui data l'equazione della retta basterà individuare 2 valori di x e calcolare i corrispondenti valori di y. Per facilitare i calcoli si cerca sempre di utilizzare 2 valori di x che siano "convenienti".
Si crea così la tabella 2 x 2 con le coordinate dei due punti che ci permettono di tracciare la retta.

Es: $y = 2x + 3$

x	y
0	+3
+1	+5

$y = 2 \cdot 0 + 3 = +3$

$y = 2 \cdot 1 + 3 = +5$



Per trovare i ***PUNTI DI INTERSEZIONE CON GLI ASSI***:

- ***per l'asse y***: l'ascissa è sempre 0 mentre l'ordinata è il termine noto $P_y(0;b)$

- ***per l'asse x***: l'ordinata è sempre 0 mentre l'ascissa si trova ponendo 0 la y nell'equazione e calcolando la x, cioè
$0 = 2x + 3$ da cui $P_x\left(-\frac{3}{2};0\right)$

RETTE PARTICOLARI

- ***passante per l'origine*** – il termine noto è uguale a zero, per cui l'equazione della retta diventa: $y = ax$

- ***parallele all'asse x*** – tutti i punti della retta hanno la stessa ordinata, l'equazione diventa $y = b$

- ***parallele all'asse y*** – tutti i punti della retta hanno la stessa ascissa, l'equazione diventa $x = n$ (dove n è il valore dell'ascissa in cui la retta taglia l'asse delle x)

- ***2 rette parallele tra loro*** – hanno lo stesso coefficiente angolare. $a = a'$

- ***rette perpendicolari*** – hanno i coefficiente angolari con segno opposto e reciproci tra loro. $a = -\frac{1}{a}$. Il prodotto dei coefficienti angolari deve essere sempre -1

- ***bisettrici degli assi*** – hanno il coefficiente angolare $a = \pm 1$