

LA PROBABILITA' MATEMATICA

La probabilità matematica studia la possibilità del verificarsi degli eventi aleatori (o casuali). Si calcola un rapporto tra il numero dei casi favorevoli e quello dei casi possibili.

Un evento è detto **aleatorio o casuale** se il suo verificarsi dipende esclusivamente dal caso. Gli eventi considerati aleatori sono: lancio del dado; lancio di moneta; pesca dei bussolotti da un sacchetto; pesca delle carte da un mazzo; ecc...

La probabilità matematica di un evento è data dal rapporto tra il numero dei casi favorevoli di un evento (f) e il numero dei casi totali possibili (T).

$$p(E) = \frac{f}{T}$$

La probabilità matematica è compresa tra 0 e 1 cioè data da: $0 < p(E) < 1$
dove:

$p(E) = 0$ evento impossibile (non si verifica mai – estraggo dai bussolotti della tombola il numero 91)

$p(E) = 1$ evento certo (si verifica sempre – estraggo da un sacchetto di biglie rosse una biglia rossa)

eventi complementari – un evento e il suo opposto. Il verificarsi di uno esclude la possibilità che si verifichi l'altro, ma uno dei due si verifica sicuramente.

Es: lancio una moneta ed esce testa o croce

$$p(E) + p(E_c) = 1$$

ES: Calcolare la probabilità che da un mazzo di 40 carte esca:

A – una carta di spade;

B – il fante di denari;

C – una figura;

D – una carta non di bastoni;

E – una carta di cuori.

$$p(A) = \frac{10}{40}$$

$$p(B) = \frac{1}{40}$$

$$p(C) = \frac{12}{40}$$

$$p(D) = \frac{30}{40}$$

$$p(E) = \frac{0}{40}$$

1. CALCOLO DELLA PROBABILITÀ TOTALE

E' la probabilità formata da vari eventi singoli che si riferiscono a una stessa prova.

La probabilità che si verifichi almeno uno degli eventi parziali è detta probabilità totale e **troviamo nel testo del problema i due eventi separati dalla congiunzione "o"**.

Es: lancio di un dado, una moneta, una sola estrazione

In base agli eventi considerati vi sono 2 modi di calcolare la probabilità in una stessa prova:

- eventi incompatibili** – il verificarsi di uno esclude la possibilità che si verifichi l'altro. Non possono verificarsi contemporaneamente.

Es: Calcola la probabilità che lanciando un dado esca il tre o un multiplo di 2

$$p(E_{\text{tot}}) = p(E_1) + p(E_2)$$

$$p(E_{\text{tot}}) = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{1+3}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

- eventi compatibili** – il verificarsi di uno non esclude la possibilità che si verifichi l'altro. Possono verificarsi contemporaneamente e deve eliminato il caso che verifica entrambi.

Es: Calcola la probabilità che lanciando un dado esca un multiplo di tre o un multiplo di 2

$$p(E_{\text{tot}}) = p(E_1) + p(E_2) - p(E_1 \cap E_2)$$

$$p(E_{\text{tot}}) = \frac{2}{6} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{2+3-1}{6} = \frac{2}{3}$$

2. CALCOLO DELLA PROBABILITÀ COMPOSTA

E' la probabilità formata da vari eventi semplici che si riferiscono a prove diverse. La probabilità che si verifichino simultaneamente è detta probabilità composta e **troviamo nel testo del problema i due eventi separati dalla congiunzione "e"**.

Si utilizzano gli **eventi semplici composti**, cioè si verificano 2 eventi simultaneamente.

Es: lancio di 2 dadi, due monete, due estrazioni dallo stesso sacchetto

In base agli eventi considerati vi sono 2 modi di calcolare la probabilità in 2 prove differenti:

- **eventi indipendenti** – il primo evento **non influenza** il modo in cui avviene il secondo.
Es: Calcola la probabilità che da due estrazioni consecutive da un'urna contenente 8 biglie rosse e 7 verdi e CON RIMBUSSOLAMENTO della pallina estratta, esca prima una pallina rossa e poi esca nuovamente una pallina rossa.

$$p(E_{\text{tot}}) = p(E_1) \cdot p(E_2)$$

$$p(E_{\text{tot}}) = \frac{8}{15} \cdot \frac{8}{15}$$

- **eventi dipendenti** – il primo evento **influenza** il modo in cui avviene il secondo.
Es: Calcola la probabilità che da due estrazioni consecutive da un'urna contenente 8 biglie rosse e 7 verdi e SENZA RIMBUSSOLAMENTO della pallina estratta, esca prima una pallina rossa e poi esca nuovamente una pallina rossa.

$$p(E_{\text{tot}}) = p(E_1) \cdot p(E_2)$$

$$p(E_{\text{tot}}) = \frac{8}{15} \cdot \frac{7}{14}$$

3. CALCOLO DELLA PROBABILITÀ GENETICA

E' la probabilità formata dalla segregazione dei gameti. I gameti segregano in maniera indipendente. Si utilizzano i quadrati di Punnet per rappresentare le frequenze dei nuovi nati. La somma totale delle probabilità parziali dei nascituri è sempre uguale a 1.

- **PRIMA REGOLA DEL PRODOTTO DEI GAMETI:** la probabilità che due **eventi indipendenti** si verifichino contemporaneamente è uguale al prodotto delle singole probabilità.

$$P(B \times b) = P(B) \times P(b)$$

- **SECONDA REGOLA ADDITIVA DEGLI INDIVIDUI:** la probabilità di verificarsi di uno qualsiasi dei due **eventi incompatibili** che si escludono l'un l'altro è dato dalla somma delle singole probabilità :

$$P(Bb) = P(Bb) + P(bB)$$

- **TERZA REGOLA DELLE NASCITE:** il numero di nuovi individui nati (frequenza attesa) per campioni elevati di popolazione è data dal prodotto del numero totale di individui del campione per la probabilità individuale:

$$Fr_a(Bb) = N_{\text{TOT}} \times P(bB)$$

| | | polline ♂ | |
|------------|---|-----------|----|
| | | B | b |
| pistillo ♀ | B | BB | Bb |
| | b | Bb | bb |

ES: incrocio di due eterozigoti Bb x Bb su una popolazione di nuovi nati di 540 individui, calcolare la probabilità di ottenere gli eterozigoti.

$$P(B) = 1/2 \quad (1 \text{ allele su due alleli totali})$$

$$P(b) = 1/2$$

$$P(BB) = P(bb) = P(Bb) = P(bB) = 1/2 \times 1/2 = 1/4 = 25\% \text{ (prima regola)}$$

$$P(bB) = p(Bb) = 1/4 + 1/4 = 2/4 = 1/2 \text{ (seconda regola)}$$

$$fr_a(bB) = N_{\text{TOT}} \times P(bB) = 540 \times 1/2 = 270 \text{ individui}$$

Formazione di uova e polline sono eventi indipendenti e la loro fecondazione avviene casualmente. La probabilità che una particolare combinazione di alleli materni e paterni si verifichi nello stesso zigote è il prodotto della probabilità indipendenti di questi alleli di trovarsi nell'uovo e nello spermatozoo. Possiamo in realtà anche affermare che i due eventi differenti si escludano a vicenda (incompatibili), poiché se B si unisce con B non potrà farlo con b nello stesso zigote. Perciò il caso Bb = bB e siccome i due eventi non sono compatibili, cioè se ne verifica soltanto uno, possiamo ridurre la loro probabilità a una semplice somma.

ESERCIZI:

1. La *mirabilis jalapa* (bella di notte) presenta due alleli di colore: rosso dominante e bianco recessivo. I suoi alleli però si trasmettono con la caratteristica della dominanza incompleta. Incrociando una pianta rossa con una pianta bianca, che colore si ottiene alla prima generazione F1? E nella F2?

2. Nei polli andalusi l'incrocio fra animali a piumaggio nero e animali a piumaggio bianco dà origine a eterozigoti a piumaggio blu, che si chiamano appunto "blu di andalusia".

Quale sarà il fenotipo della progenie di un pollo blu andalusia se incrociato con:

a) con un pollo nero; b) con un pollo blu; c) con un pollo bianco.

3. Nell'uomo il carattere "occhi scuri" è dominante sul carattere "occhi chiari". Due genitori con gli occhi scuri possono generare un figlio con gli occhi chiari?

a) Descrivi il genotipo dei genitori

b) Incrocia un individuo con occhi chiari e uno con occhi scuri eterozigote e ricava la probabilità percentuale dei nuovi nati

4. Nell'uomo il carattere "capelli bruni" è dominante sul carattere "capelli biondi". Due genitori con capelli scuri generano un figlio con capelli biondi.

a) Descrivi il genotipo dei genitori

b) Incrocia un individuo con capelli biondi e uno con capelli bruni eterozigote e ricava la probabilità percentuale dei nuovi nati

c) Incrocia due individui con i capelli biondi e ricava la probabilità percentuale dei nuovi nati

d) Incrocia un individuo omozigote con i capelli bruni e uno con i capelli biondi e ricava la probabilità percentuale dei nuovi nati

5. La talassemia mediterranea è un tipo di anemia piuttosto grave comune nelle popolazioni mediterranee. Si presenta in due forme, una lieve detta Minor (eterozigote) e una grave detta Maior (omozigote dominante). Le persone non colpite sono omozigoti recessivi. In una famiglia dove padre e madre sono affetti in maniera lieve:

a) qual è la probabilità che loro figlio sia malato in maniera grave?

b) qual è la probabilità che i due figli siano ambedue normali?

6. Nell'uomo il mancinismo è recessivo. Con un padre destrimane e una madre destrimane, qual è la probabilità che il primo figlio sia mancino? Come devono essere i genotipi dei genitori?