INVALSI Istituto nazionale per la valutazione del sistema educativo di istruzione e di formazione

Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004

Servizio Nazionale di Valutazione
a.s. 2014/15
Guida alla lettura
Prova Nazionale al termine del primo ciclo: Matematica
Classe terza – Scuola secondaria di I grado

I quesiti sono distribuiti negli ambiti secondo la tabella seguente

Ambito	**Numero di domande**	**Numero di Item[1]**
Numeri	7	13
Spazio figure	8	12
Dati e previsioni	6	12
Relazioni e funzioni	7	12
Totale	**28**	**49**

[1] Una domanda può essere composta da più item, come nel caso di domande a scelta multipla complessa del tipo Vero o Falso. L'attribuzione di un eventuale punteggio parziale sarà definita in sede di analisi dei dati complessivi.

Tabella della suddivisione degli item in relazione ad ambiti e processi

Processi/Ambiti	Numeri	Spazio e figure	Dati e Previsioni	Relazioni e funzioni	TOTALE
1. Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (*oggetti matematici, proprietà, strutture...*)	D4a-d, D22a-c	D8a, D8b1-3, D13			**12**
2. Conoscere e utilizzare algoritmi e procedure (*in ambito aritmetico, geometrico...*)	D16a-b	D11a, D5ab, D26		D1a, D21a, D25a, D28	**9**
3. Conoscere diverse forme di rappresentazione e passare da una all'altra (*verbale, numerica, simbolica, grafica, ...*)	D9, D19			D1b-c, D7, D10, D20	**7**
4. Risolvere problemi utilizzando strategie in ambiti diversi – numerico, geometrico, algebrico – (*individuare e collegare le informazioni utili, individuare e utilizzare procedure risolutive,confrontare strategie di soluzione, descrivere e rappresentare il procedimento risolutivo,…)*		D17		D21b	**2**
5. Riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni, utilizzare strumenti di misura, misurare grandezze, stimare misure di grandezze (*individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto,stimare una misura,…*)		D3		D15b	**2**
6. Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (*congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...*)	D18, D23	D11b	D12	D25b	**5**
7. Utilizzare strumenti, modelli e rappresentazioni nel trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale *(descrivere un fenomeno in termini quantitativi, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni,interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni ...)*			D2a1-a3, D2b, D6a-d, DD14, D15a, D27		**11**
8. Riconoscere le forme nello spazio e utilizzarle per la risoluzione di problemi geometrici o di modellizzazione (*riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni, …*)		D24			**1**
TOTALE	**13**	**12**	**12**	**12**	**49**

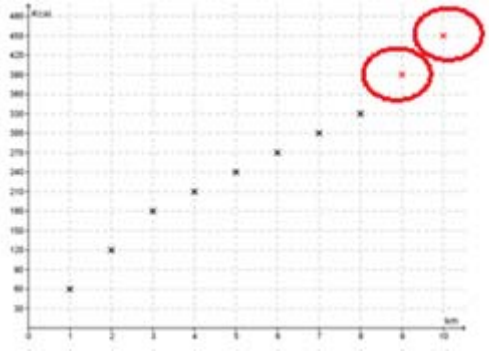
Di seguito viene proposta un'analisi dei quesiti utilizzando una tabella a tre colonne in cui vengono rispettivamente indicati:

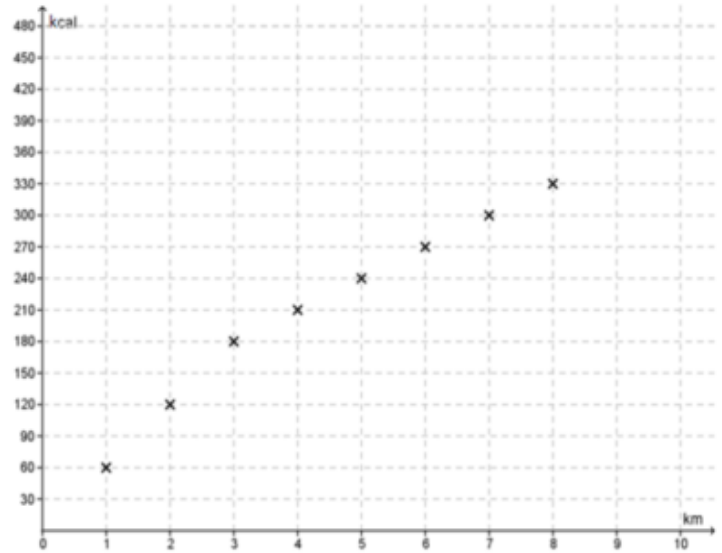
- nella prima il testo del quesito. La numerazione dei quesiti fa riferimento alla versione dei fascicoli che riporta in prima pagina " Fascicolo 1"
- nella seconda le caratteristiche facendo riferimento al *Quadro di riferimento* delle prove SNV pubblicato sul sito INVALSI, alle Indicazioni nazionali
- nella terza una descrizione e un commento didattico; i possibili errori segnalati sono stati rilevati in sede di pretest ma ovviamente non hanno alcuna pretesa di costituire una lista completa degli errori possibili e delle loro motivazioni.

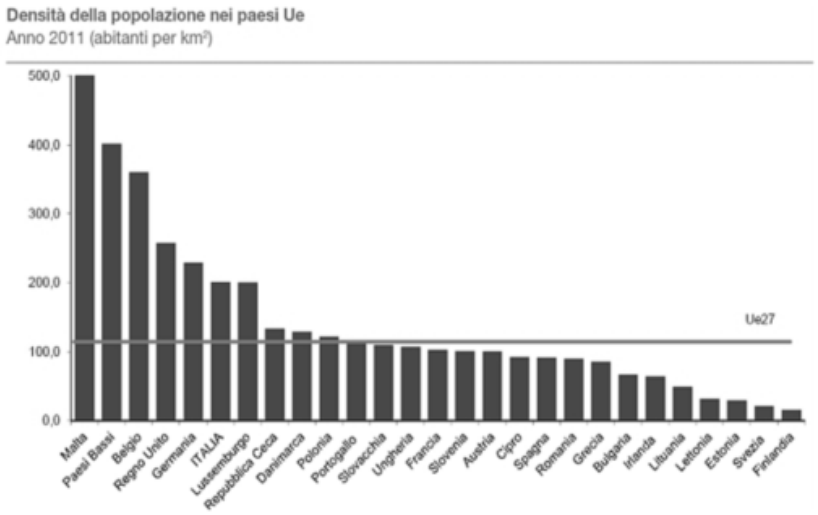
È importante sottolineare che le caratteristiche proposte sono solo indicative e non devono rappresentare un vincolo per l'interpretazione del risultato: in matematica ogni domanda coinvolge spesso diversi ambiti, e la risposta richiede processi di diversa natura. Seguendo la prassi internazionale, si indicano l'ambito e il processo *prevalenti*, tenendo presente che spesso la scelta di un particolare distrattore può indicare difficoltà o lacune in altri ambiti o in altri processi.

La guida verrà aggiornata alla fine di luglio inserendo i risultati dell'elaborazione delle classi campione.

GUIDA ALLA LETTURA

Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D1. **Paola, quando corre, consuma 60 kcal per ogni chilometro percorso.** **a.** **Completa la seguente tabella che indica le kcal consumate da Paola al variare dei chilometri percorsi.** chilometri percorsi (*n*) | kcal consumate (*k*) 1 | 60 3 | .... 5 | .... **b.** **Se *n* indica il numero di chilometri che Paola percorre, quale delle seguenti formule permette di calcolare quante kcal (*k*) consuma Paola correndo?** A. ☐ $k = 60 \cdot n$ B. ☐ $k = 60 : n$ C. ☐ $k = n : 60$ D. ☐ $k = n + 60 + 60$	**AMBITO PREVALENTE** Relazioni e funzioni **SCOPO DELLA DOMANDA** a. Calcolare una proporzionalità diretta b. Riconoscere una formula che modellizza la situazione descritta a parole c. Rappresentare dati in un grafico **PROCESSO PREVALENTE** a. Conoscere e utilizzare algoritmi e procedure b e c. Conoscere diverse forme di rappresentazione e passare da una all'altra **Indicazioni nazionali** **Traguardi** Utilizza e interpreta il linguaggio matematico (piano cartesiano, formule, equazioni, …) e ne coglie il rapporto con il linguaggio naturale. **Obiettivi** *a. Rappresentare problemi con tabelle e grafici che ne esprimono la struttura.* *b. Interpretare, costruire e trasformare formule che contengono lettere per esprimere in forma generale relazioni e proprietà*	**BLOCCO A** **Risposta corretta:** a. km percorsi (*n*) | Kcal consumate (*k*) 1 | 60 3 | **180** 5 | **300** b. **A** c.  I tre item che costituiscono la D1 sono rappresentazioni diverse (tabella, formula e grafico) del fenomeno descritto nello stimolo: consumo di kcal nella corsa e nel cammino. Nel primo item si richiede di completare la tabella relativa al consumo di kcal durante la corsa. In questa prima rappresentazione numerica l'alunno deve individuare la

Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
c. **Quando Paola cammina, consuma 30 kcal al chilometro. Oggi Paola ha fatto un percorso di 10 km: per i primi 3 km ha corso, poi ha camminato per 5 km e poi ha corso di nuovo fino alla fine.** **Il seguente grafico mostra come varia il consumo di kcal nei primi 8 km percorsi. Completa il grafico mettendo una crocetta in corrispondenza del consumo di kcal al nono e al decimo chilometro.** 	*c. Rappresentare punti, segmenti e figure nel piano cartesiano*	relazione di proporzionalità diretta fra i km percorsi e le kcal consumate. Nell'item b la relazione di proporzionalità è generale ed è rappresentata dalla formula dell'opzione A. Nell'item c si richiede di individuare i punti sul grafico che corrispondono al consumo di kcal negli ultimi due km del percorso. L'andamento del grafico è lineare a tratti in quanto la relazione fra km percorsi e consumo di kcal dipende dalla tipologia di attività fisica descritta (camminata oppure corsa).

Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D2. La densità della popolazione si calcola dividendo il numero degli abitanti per la superficie di un territorio (abitanti per km²). Il seguente grafico rappresenta la densità della popolazione nel 2011 nei 27 paesi dell'Unione Europea (Ue).  **a. In base al grafico, indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).** |		V	F | |---|---|---|---| | 1. | In Romania la densità della popolazione è compresa tra 50 e 100 abitanti per km² | ☐ | ☐ | | 2. | La densità della popolazione del Regno Unito è circa il doppio di quella di Malta | ☐ | ☐ | | 3. | In due paesi la densità della popolazione è di circa 200 abitanti per km² | ☐ | ☐ |	**AMBITO PREVALENTE** Dati e previsioni **SCOPO DELLA DOMANDA** a. Confrontare dati presi da un grafico e individuare moda e mediana b. Attribuire il significato grafico di media ad un elemento presente nella figura **PROCESSO PREVALENTE** Utilizzare strumenti, modelli e rappresentazioni nel trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale **Indicazioni nazionali** **Traguardi** Analizza e interpreta rappresentazioni di dati per ricavarne misure di variabilità e prendere decisioni **Obiettivi** *Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.*	**BLOCCO A** **Risposta corretta** a. **V F V** b. **B** Il primo quesito richiede una semplice lettura del grafico. In particolare l'attenzione dello studente viene posta o sulle singole colonne oppure sul confronto tra due colonne, come nell'item a2 dove si richiede di verificare il rapporto tra la densità di popolazione del Regno Unito e quella di Malta. Nel secondo si richiede di interpretare il significato della linea orizzontale che attraversa tutto il grafico. Nella domanda si mette in evidenza il fatto che la linea riporta la scritta Ue27 proprio per aiutare lo studente a comprendere che il dato che la linea indica si riferisce all'Unione europea nel suo complesso e quindi portarlo a escludere le opzioni di risposta A e D. Nell'opzione C lo studente dovrebbe riconoscere il concetto di moda della distribuzione delle densità di popolazione diverso dal valore effettivo di tale densità.

Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
b. Che cosa rappresenta la linea orizzontale con la scritta "Ue27"? A. ☐ Il valore medio della densità della popolazione del Regno Unito B. ☐ La densità della popolazione dei paesi dell'Unione Europea C. ☐ La densità più frequente nei paesi dell'Unione Europea D. ☐ La differenza tra la densità della popolazione dei Paesi Bassi e quella dell'Italia		

Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D3. Osserva l'edificio nella foto. **Quanto può essere alto l'edificio?** A. ☐ meno di 10 metri B. ☐ tra 15 e 20 metri C. ☐ tra 25 e 30 metri D. ☐ più di 35 metri	**AMBITO PREVALENTE** Spazio e figure **SCOPO DELLA DOMANDA** Stimare una misura ricavando informazioni da un'immagine **PROCESSO PREVALENTE** Riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni, utilizzare strumenti di misura, misurare grandezze, stimare misure di grandezze **Indicazioni nazionali** **Traguardi** Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza **Obiettivi** *Calcolare l'area e il volume delle figure solide più comuni e dare stime di oggetti della vita quotidiana*	**BLOCCO A** **Risposta corretta B** Si richiede di stimare l'altezza complessiva di un edificio costituito da 5/6 piani di uguale altezza. Un procedimento corretto può essere quello di stimare l'altezza di un piano (circa 3 metri) e moltiplicare questo dato per sei. L'alunno può fare riferimento alle proprie esperienze e conoscenze o riferirsi all'altezza nota di altri elementi dell'immagine (per esempio le automobili) per scartare le misure inferiori a 10 m o superiori a 25 metri proposte come alternative alla risposta corretta. .

Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento

D4. **Sulla seguente retta dei numeri sono ordinate due potenze di un numero razionale *n*.**

Indica con una crocetta se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

		V	F
a.	Il valore di *n* può essere $+\frac{1}{2}$	☐	☐
b.	Il valore di *n* può essere $-\frac{1}{2}$	☐	☐
c.	Il valore di *n* può essere $+\frac{3}{2}$	☐	☐
d.	Il valore di *n* può essere $-\frac{3}{2}$	☐	☐

AMBITO PREVALENTE
Numeri

SCOPO DELLA DOMANDA
Verificare una relazione di ordinamento tra potenze di numeri razionali

PROCESSO PREVALENTE
Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica

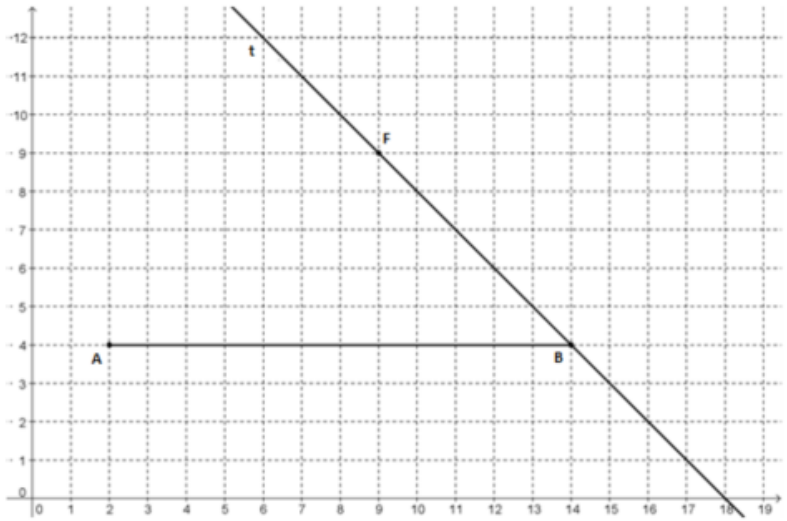
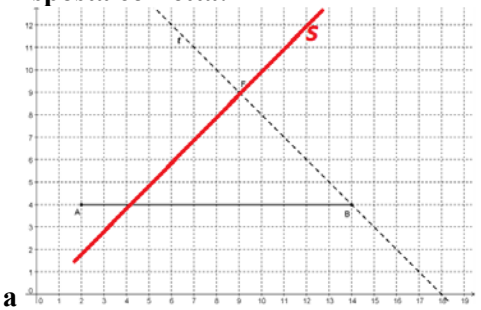
Indicazioni nazionali
Traguardi
Si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni

Obiettivi
Rappresentare i numeri conosciuti sulla retta

BLOCCO B
Risposta corretta V V F V

Lo studente deve sapere che il quadrato di un numero è maggiore del cubo dello stesso numero nel caso di numeri negativi (item b. e item d.) e nel caso di numeri positivi inferiori a 1 (item a.).
Ciò non vale nell'item c. in cui è riportato un numero maggiore di 1.
La studente può ricordare la regola generale oppure ricavare i casi specifici riportati in tabella e confrontare tali numeri razionali, individuando i casi nei quali $n^2>n^3$.

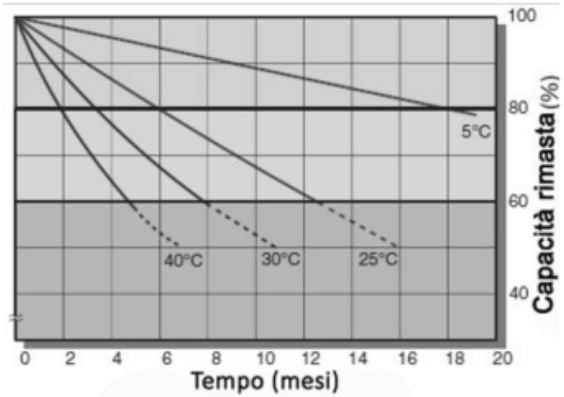
n	n^2	n^3	
$+\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{4}$	$+\frac{1}{8}$	$+\frac{1}{4}>+\frac{1}{8}$
$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{8}$	$+\frac{1}{4}>-\frac{1}{8}$
$+\frac{3}{2}$	$+\frac{9}{4}$	$+\frac{27}{8}$	$+\frac{9}{4}<+\frac{27}{8}$
$-\frac{3}{2}$	$+\frac{9}{4}$	$-\frac{27}{8}$	$+\frac{9}{4}>-\frac{27}{8}$

Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D5. Osserva la figura.  a. Disegna la retta *s* perpendicolare a *t* passante per F. b. Il punto R di intersezione tra la retta *s* e il segmento AB ha coordinate (…… ; ……)	**AMBITO PREVALENTE** Spazio e figure **SCOPO DELLA DOMANDA** Costruire la perpendicolare a una retta passante per un punto e individuare le coordinate del punto di intersezione tra la retta perpendicolare costruita e un segmento. **PROCESSO PREVALENTE** Conoscere e utilizzare algoritmi e procedure **Indicazioni nazionali** **Traguardi** Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi **Obiettivi** *Rappresentare punti, segmenti e figure sul piano cartesiano*	**BLOCCO B** **Risposta corretta:**  **a** **b (4;4)** **Item a**. Si richiede di tracciare all'interno di un piano cartesiano una retta *s* perpendicolare alla rette *t* in un suo punto F. La retta *t* è parallela alla bisettrice del II e IV quadrante, pertanto la retta da disegnare sarà parallela alla bisettrice del I e III quadrante. Essendo F un punto in cui l'ascissa e l'ordinata hanno lo stesso valore, la retta *s* da disegnare è proprio la bisettrice del I e III quadrante, Nel piano cartesiano in figura è presente una quadrettatura che permette di riconoscere l'inclinazione delle diverse rette, può essere utilizzata per tracciare la perpendicolare senza utilizzare le squadre, inoltre può essere utilizzata per ricavare le coordinate dei punti nel piano cartesiano.

Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
		La presenza del segmento AB (parallelo all'asse delle ascisse) può aiutare a far emergere quali alunni riconoscono (e riescono a disegnare) le perpendicolarità solo nei casi in cui le rette (o i segmenti) siano paralleli agli assi coordinati ("a croce"). Questi alunni tenderanno infatti a tracciare la perpendicolare al segmento AB passante per F. **Item b**. Si chiede di scrivere le coordinate del punto R di intersezione tra la perpendicolare appena tracciata e il segmento AB. Per fornire la risposta corretta è necessario riconoscere l'intersezione nel disegno e ricavare dalla quadrettatura le coordinate. Ascissa e ordinata del punto R hanno lo stesso valore: non è quindi necessario, per fornire la risposta corretta, distinguere il ruolo di ascissa e ordinata nella scrittura delle coordinate dei punti nel piano cartesiano.

Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento

D6. **Per far funzionare i computer portatili si usano batterie ricaricabili. Col passare del tempo ogni batteria degrada, cioè la sua capacità di fornire energia diminuisce. Il seguente grafico mostra come varia in percentuale nel tempo la capacità di una batteria di fornire energia a diverse temperature.**



Facendo riferimento al grafico, indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

		V	F
a.	Una batteria degrada meno velocemente se mantenuta a temperature più basse	☐	☐
b.	Dopo 12 mesi, qualunque sia la temperatura, la capacità rimasta di una batteria è meno dell'80%	☐	☐
c.	Alla temperatura di 40°C, la capacità di una batteria diminuisce circa del 20% nei primi 2 mesi	☐	☐
d.	Alla temperatura di 25°C, la capacità di una batteria diminuisce dall'80% al 60% in circa 3 mesi	☐	☐

AMBITO PREVALENTE
Dati e previsioni

SCOPO DELLA DOMANDA
Leggere un grafico e ricavarne informazioni

PROCESSO PREVALENTE
Utilizzare strumenti, modelli e rappresentazioni nel trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale

Indicazioni nazionali
Traguardi
Analizza e interpreta rappresentazioni di dati per ricavarne misure di variabilità e prendere decisioni

Obiettivi
Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.

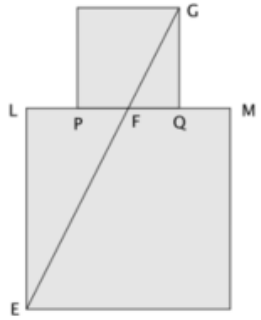
BLOCCO B
Risposta corretta: V F V F

Il quesito richiede la lettura e l'interpretazione di un grafico alquanto complesso perché le variabili in gioco sono tre: la temperatura a cui si può trovare una batteria, il tempo (in mesi) in cui tale batteria può degradare e infine la percentuale di capacità residua. Quindi, in ogni item, lo studente deve tenere in considerazione le tre variabili contemporaneamente. Per esempio, nell'item a., lo studente deve verificare se la capacità di una batteria diminuisce più lenta-mente con il passare dei mesi a temperature più basse. Quindi, per poter rispondere correttamente, deve prendere in considerazione tutte e tre le caratteristiche.

Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D7. **a è un numero dispari maggiore di 3. Quale delle seguenti espressioni rappresenta il numero dispari successivo ad a?** A. ☐ $a+1$ B. ☐ $2a+1$ C. ☐ $2a-1$ D. ☐ $a+2$	**AMBITO PREVALENTE** Relazioni e funzioni **SCOPO DELLA DOMANDA** Riconoscere una formula di carattere generale **PROCESSO PREVALENTE** Conoscere diverse forme di rappresentazione e passare da una all'altra **Indicazioni nazionali** **Traguardi** Utilizza e interpreta il linguaggio matematico (piano cartesiano, formule, equazioni, …) e ne coglie il rapporto con il linguaggio naturale. **Obiettivi** *Interpretare, costruire e trasformare formule che contengono lettere per esprimere in forma generale relazioni e proprietà.*	**BLOCCO B** **Risposta corretta: D** Lo studente deve saper tradurre la relazione espressa in linguaggio naturale in una formula di carattere generale. Le due opzioni B e C potrebbero influenzare quegli studenti che si fermano a considerare esclusivamente *a* come numero dispari. Infatti queste due opzioni rappresentano la scrittura generalmente nota di un qualunque numero dispari come precedente o successivo a un pari.

Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento

D8. **I lati dei due quadrati rappresentati in figura sono uno la metà dell'altro.**
Il punto F è punto medio sia del segmento LM sia del segmento PQ. Il segmento FG misura 6 cm.



a. **Quanto misura EF?**

A. ☐ 9 cm

B. ☐ $\sqrt{27}$ cm

C. ☐ 12 cm

D. ☐ 3 cm

b. **Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).**

		V	F
1.	I triangoli FQG e FLE hanno gli angoli uguali	☐	☐
2.	FQ è la metà di FG	☐	☐
3.	Il perimetro del triangolo FLE è il doppio del perimetro del triangolo FQG	☐	☐

AMBITO PREVALENTE
Spazio e figure

SCOPO DELLA DOMANDA
Individuare relazioni fra figure simili

PROCESSO PREVALENTE
Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica

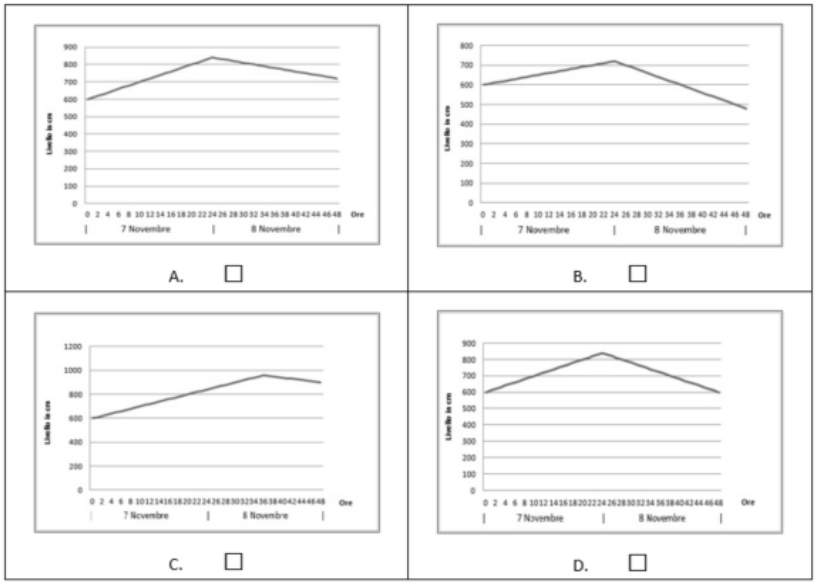
Indicazioni nazionali
Traguardi
Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi
Obiettivi
Riconoscere figure piane simili in vari contesti e riprodurre in scala una figura assegnata

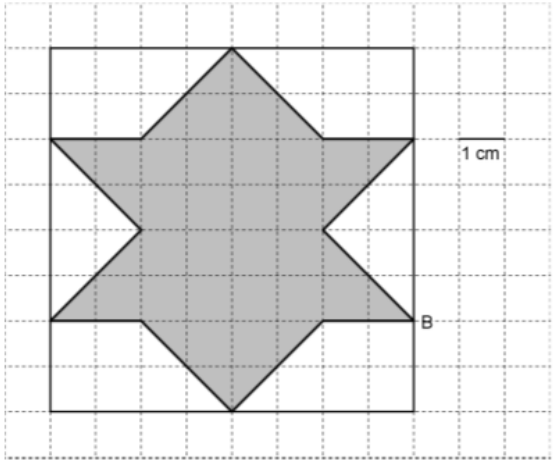
D8a BLOCCO A D8b BLOCCO B
Risposta corretta:
a. C b. V F V

Item a. Si chiede di fornire la lunghezza del segmento EF, ipotenusa di un triangolo rettangolo con i cateti uno doppio dell'altro conoscendo la misura dell'ipotenusa di un secondo triangolo, simile al precedente, e il rapporto di similitudine tra i due triangoli. I due triangoli sono simili in quanto rettangoli e con i cateti in proporzione. Il rapporto di similitudine tra i due triangoli si ricava (per esempio) dalla relazione LF=2FQ, oppure dalla relazione (note le proprietà dei quadrati) LE=2QG. Pertanto EF=2FG= 12 cm. La relazione EF=2FG è facilmente ricavabile anche con l'uso del righello.
Nell'opzione A si confondono i ruoli di EF, FG e EG. Infatti EG = 1,5 EF ma non EF = 1,5 FG
Nell'opzione B si applica il teorema di Pitagora per il calcolo della lunghezza dell'ipotenusa di un triangolo rettangolo con i cateti uno doppio dell'altro, ma di lunghezza 3 cm e 6 cm.
Nell'opzione C si confondono i ruoli di EF e FG. Infatti EF=2FG ma non FG=2EF.

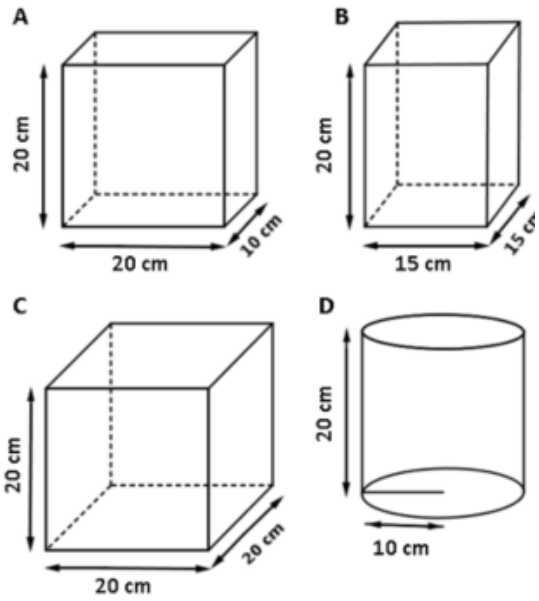
Item b.
b1. VERO. I due triangoli hanno angoli uguali in quanto simili.

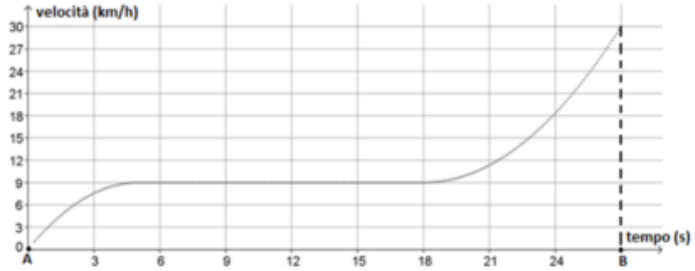
Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
		b2. FALSO. FG e QG sono segmenti non congruenti in quanto ipotenusa e cateto di uno stesso triangolo rettangolo. Per le proprietà dei quadrati, FQ è la metà di QG e quindi FQ non può essere la metà di FG. L'uso del righello in questa situazione può non essere risolutivo, a causa della piccola differenza tra le lunghezze di FQ e QG nella figura. b3. VERO. Il perimetro di FLE è il doppio di quello di FQG in quanto i due triangoli sono simili.
D9. **Qual è il risultato dell'operazione $2+\frac{3}{100}$?** A. ☐ $\frac{5}{100}$ B. ☐ $\frac{3}{50}$ C. ☐ 2,3 D. ☐ 2,03	**AMBITO PREVALENTE** Numeri **SCOPO DELLA DOMANDA** Passare da un numero misto al decimale corrispondente **PROCESSO PREVALENTE** Conoscere diverse forme di rappresentazione e passare da una all'altra **Indicazioni nazionali** **Traguardi** Si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni **Obiettivi** *Utilizzare frazioni equivalenti e numeri decimali per denotare uno stesso numero razionale in*	**BLOCCO A** **Risposta corretta: D** Si richiede di riconoscere il numero corrispondente a 2 unità e 3 centesimi facendo ricorso al linguaggio naturale (che mette in luce le caratteristiche del sistema posizionale) o rappresentando $\frac{3}{100}$ come 0,03, oppure utilizzando il procedimento dell'addizione con le frazioni. Opzione A: l'alunno somma i numeratori. Opzione B: l'alunno utilizza il procedimento della moltiplicazione in modo errato, semplificando 2 e 100. Opzione C: l'alunno confonde centesimi e decimi.

Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
	diversi modi, essendo consapevoli di vantaggi e svantaggi delle diverse rappresentazioni	
D10. **Il giorno 7 novembre il livello dell'acqua di un fiume è aumentato di circa 10 cm all'ora per tutte le 24 ore.** **Il giorno successivo, il livello dell'acqua è diminuito di circa 5 cm all'ora per tutte le 24 ore.** **Quale tra i seguenti grafici può rappresentare la situazione descritta?**  	**AMBITO PREVALENTE** Relazioni e funzioni **SCOPO DELLA DOMANDA** Riconoscere il grafico che rappresenta correttamente una funzione a tratti **PROCESSO PREVALENTE** Conoscere diverse forme di rappresentazione e passare da una all'altra **Indicazioni nazionali** **Traguardi** Utilizza e interpreta il linguaggio matematico (piano cartesiano, formule, equazioni, …) e ne coglie il rapporto con il linguaggio naturale **Obiettivi** *Usare il piano cartesiano per rappresentare relazioni e funzioni empiriche o ricavate da tabelle, e per conoscere in particolare le funzioni del tipo y=ax, y=a/x, y=ax2, y=2n e i loro grafici e collegare le prime due al concetto di proporzionalità*	**BLOCCO B** **Risposta corretta: A** Lo studente deve individuare il grafico corrispondente alla situazione descritta nello stimolo individuando la relazione fra l'aumento del livello dell'acqua in un certo giorno e la sua diminuzione nel giorno successivo (l'aumento orario del livello dell'acqua è il doppio del suo decremento). Osservando le pendenze delle rette nel grafico dovrebbe essere in grado di escludere l'opzione D in quanto le rette hanno la stessa pendenza e l'opzione B dove la pendenza relativa alla diminuzione del livello dell'acqua è maggiore rispetto a quella dell'aumento del livello. L'opzione C può essere scartata osservando che in questo grafico si rappresenta un aumento del livello dell'acqua che supera le 24 ore.

Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D11. **Osserva la seguente figura formata da un quadrato al cui interno è disegnato un poligono di colore grigio.**  **a.** **Qual è l'area del poligono grigio?** **Risposta:** ..... cm^2 **b.** **Disegna una diagonale del quadrato. La diagonale è asse di simmetria del poligono grigio?** A. ☐ Sì, perché la diagonale divide il poligono grigio in due parti uguali e simmetriche B. ☐ Sì, perché la diagonale è asse di simmetria del quadrato C. ☐ No, perché il poligono grigio non ha assi di simmetria D. ☐ No, perché il simmetrico di B rispetto alla diagonale non è un vertice del poligono grigio	**AMBITO PREVALENTE** Spazio e figure **SCOPO DELLA DOMANDA** a. Scomporre la figura in semplici poligoni per ottenerne l'area b. Individuare l'argomentazione corretta a sostegno della propria affermazione nell'ambito della simmetria assiale. **PROCESSO PREVALENTE** a. Conoscere e utilizzare algoritmi e procedure b. Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico **Indicazioni nazionali** **Traguardi** Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi **Obiettivi** *Determinare l'area di semplici figure scomponendole in figure elementari, ad esempio triangoli, o utilizzando le più comuni formule*	**D11a BLOCCO A D11b BLOCCO C** **Risposta corretta: a. 32 b. D** **Item a**. Si chiede l'area di un poligono concavo a partire dalla sua rappresentazione all'interno di una quadrettatura. Sono possibili strategie diverse, infatti i lati del poligono si dividono in due gruppi: quelli sovrapposti ai lati della quadrettatura e quelli sovrapposti alle diagonali della quadrettatura. **Item b**. Si chiede di tracciare una diagonale del quadrato. Siccome il poligono grigio è simmetrico rispetto agli assi dei lati del quadrato, è indifferente quale delle due diagonali si traccia. Si chiede inoltre se la diagonale è asse di simmetria del poligono grigio, riconoscendo l'argomentazione corretta a sostegno della risposta giusta. Opzione A. La risposta "Sì" è sbagliata ma l'argomentazione è corretta. La diagonale infatti divide il poligono in due parti uguali e simmetriche, tuttavia rispetto ad una simmetria *centrale*, non *assiale*. Opzione B. Ancora una volta la risposta "Sì" è sbagliata ma l'argomentazione corretta. Opzione C. La risposta "No" è corretta mentre l'argomentazione fornita è sbagliata: il poligono ha come assi di simmetria gli assi dei lati del quadrato. Opzione D. La risposta "No" è corretta e l'argomentazione fornita è anch'essa corretta.

Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
		Infatti il simmetrico del punto B rispetto alla diagonale si trova sul lato "orizzontale" del quadrato.
D12. **Nel gioco del superenalotto ogni giocatore sceglie almeno sei numeri interi compresi tra 1 e 90. Gli organizzatori estraggono a caso sei numeri, sempre compresi tra 1 e 90. Vincono i giocatori che hanno scelto proprio gli stessi numeri estratti dagli organizzatori del gioco.** **Sara ha scelto i numeri 1, 2, 3, 4, 5, 6.** **Guglielmo ha scelto i numeri 7, 12, 15, 23, 28, 34.** **Sara e Guglielmo hanno la stessa probabilità di vincere?** A. ☐ No, perché i numeri scelti da Sara sono consecutivi B. ☐ Sì, perché tutti i numeri hanno la stessa probabilità di essere estratti C. ☐ No, perché Sara e Guglielmo non hanno scelto gli stessi numeri D. ☐ Sì, perché non conosciamo i numeri usciti nelle estrazioni precedenti	**AMBITO PREVALENTE** Dati e previsioni **SCOPO DELLA DOMANDA** Riconoscere la relazione corretta relativa al calcolo delle probabilità nell'estrazione del lotto **PROCESSO PREVALENTE** Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico **Indicazioni nazionali** **Traguardi** Nelle situazioni di incertezza (vita quotidiana, giochi, …) si orienta con valutazioni di probabilità **Obiettivi** *In semplici situazioni aleatorie, individuare gli eventi elementari, assegnare a essi una probabilità, calcolare la probabilità di qualche evento, scomponendolo in eventi elementari disgiunti.*	**BLOCCO B** **Risposta corretta: B** Il quesito vuole verificare se gli studenti hanno la consapevolezza che nel gioco del superenalotto qualsiasi combinazione di sei numeri ha la stessa probabilità di essere estratta. Infatti la percezione più diffusa tra le persone è quella che ha più probabilità di essere estratta una combinazione di numeri casuali piuttosto che una combinazione di numeri consecutivi e tale percezione viene messa in luce nell'opzione di risposta A. L'opzione C, invece, identifica coloro che pensano che la probabilità sia legata ai singoli numeri che vengono giocati e infine, l'opzione D individua coloro che legano la probabilità di uscita di determinati numeri ai numeri usciti nelle estrazioni precedenti.

Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D13. Si versa 1 litro di acqua in ognuno dei contenitori qui rappresentat  **In quale contenitore l'acqua raggiungerà il livello più alto?** A. ☐ Nel contenitore A B. ☐ Nel contenitore B C. ☐ Nel contenitore C D. ☐ Nel contenitore D	**AMBITO PREVALENTE** Spazio e figure **SCOPO DELLA DOMANDA** Individuare la relazione fra volume e area di base di cilindri e parallelepipedi **PROCESSO PREVALENTE** Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica **Indicazioni nazionali** **Traguardi** Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi **Obiettivi** *Risolvere problemi utilizzando le proprietà geometriche delle figure*	**BLOCCO B** **Risposta corretta: A** L'alunno deve indicare in quale contenitore uno stesso volume di acqua raggiungerà una maggior altezza. I contenitori, che si differenziano per forma o per dimensioni della base, rispettano però tutti la stessa relazione tra volume (V), area di base (A) e altezza (H): $V=A \cdot H$ Pertanto, a parità di volume, una minore area di base implica una maggior altezza. Opzione A. L'area di base è 20 x 10 = 200 cm^2 Opzione B. L'area di base è 15 x 15 = 225 cm^2 Opzione C. L'area di base è 20 x 20 = 400 cm^2 Opzione D. L'area di base è circa 10 x 10 x 3,14 = 314 cm^2 I contenitori in figura hanno tutti un'altezza di 20 cm e questo consente di non avere ambiguità nella comprensione dell'espressione "il livello più alto".

Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D14. **Luca percorre una strada in bicicletta e, con l'aiuto del computer, registra la propria velocità ogni decimo di secondo. Il grafico in figura rappresenta le diverse velocità raggiunte da Luca al passare del tempo.**  **Qual è la moda delle velocità raggiunte da Luca tra l'istante A e l'istante B?** **Risposta:** ..... km/h	**AMBITO PREVALENTE** Dati e previsioni **SCOPO DELLA DOMANDA** Ricavare la moda da una rappresentazione grafica **PROCESSO PREVALENTE** Utilizzare strumenti, modelli e rappresentazioni nel trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale **Indicazioni nazionali** **Traguardi** Analizza e interpreta rappresentazioni di dati per ricavarne misure di variabilità e prendere decisioni **Obiettivi** *Scegliere ed utilizzare valori medi (moda, mediana, media aritmetica) adeguati alla tipologia ed alle caratteristiche dei dati a disposizione.*	**BLOCCO B** **Risposta corretta: 9** Tra i tre indici statistici (moda, media e mediana) che è possibile calcolare quando si ha una serie di dati, il concetto di moda è generalmente quello più facile da comprendere e da individuare per gli studenti. Ma in questo quesito si richiede allo studente di ricavare il valore della moda direttamente da un grafico, che riporta le velocità di una bicicletta misurata ogni decimo di secondo.

D15. Osserva l'immagine.

a. Secondo le informazioni riportate nell'immagine, quanto tempo ci vuole per andare in bicicletta da Piazzale Roma a Rotonda San Lorenzo passando da Piazza Unità?

Risposta: ..... minuti

b. Secondo le informazioni riportate nell'immagine, quanto tempo ci vuole all'incirca per percorrere lo stesso tragitto a piedi?

A. ☐ 12 minuti

B. ☐ 45 minuti

C. ☐ 60 minuti

D. ☐ 30 minuti

AMBITO PREVALENTE
a. Dati e previsioni
b. Relazioni e funzioni

SCOPO DELLA DOMANDA
Leggere una rappresentazione grafica individuando informazioni

PROCESSO PREVALENTE
a. Utilizzare strumenti, modelli e rappresentazioni nel trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale
b. Riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni, utilizzare strumenti di misura, misurare grandezze, stimare misure di grandezze

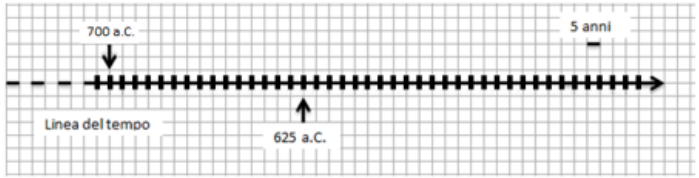
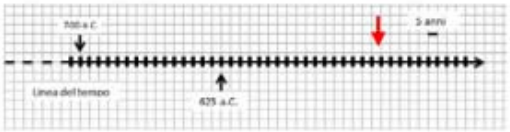
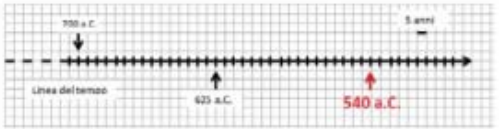
Indicazioni nazionali
Traguardi
Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza

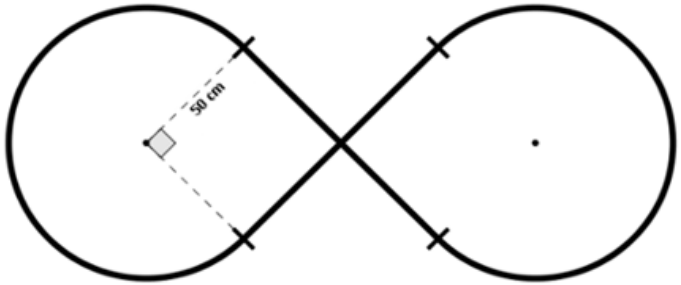
Obiettivi
Utilizzare una rappresentazione grafica per ricavare informazioni e prendere decisioni

BLOCCO A
Risposta corretta:
a. 12
b. B

Item a. Il quesito richiede allo studente di individuare correttamente sull'immagine le due località menzionate, verificare il percorso che porta da una località all'altra (è necessario passare da Piazza Unità) e infine sommare i tempi riportati sulle frecce.

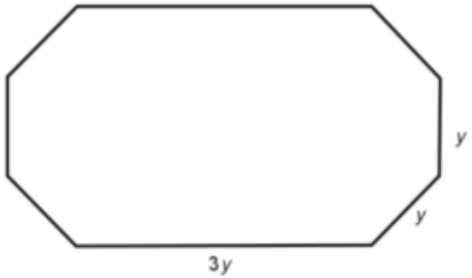
Item b. Lo studente ricavando dall'immagine la lunghezza del percorso (1,2+1,8= 3 km) e l'informazione sullo spazio che si percorre a piedi in un'ora (4km) potrebbe rispondere correttamente utilizzando una proporzione. Considerando che la distanza di 3 km corrisponde ai $\frac{3}{4}$ di quanto si percorre in un'ora (4 km) cogliere che per coprire questa distanza occorrono i $\frac{3}{4}$ di 60 minuti, cioè 45 minuti.

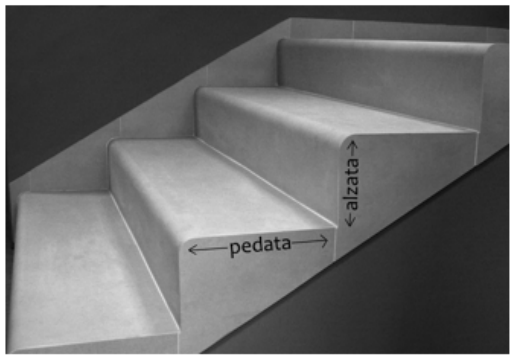
Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D16. Talete e Pitagora sono due matematici dell'antichità. Talete nacque nel 625 a.C. e visse 85 anni. **a.** Con una freccia indica sulla linea del tempo l'anno di morte di Talete.  Quando nacque Pitagora, Talete aveva 50 anni. **b.** In che anno è nato Pitagora? **Risposta:** ..... a.C.	**AMBITO PREVALENTE** Numeri **SCOPO DELLA DOMANDA** Muoversi lungo la linea del tempo **PROCESSO PREVALENTE** Conoscere e utilizzare algoritmi e procedure **Indicazioni nazionali** **Traguardi** Si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni **Obiettivi** *Rappresentare i numeri conosciuti sulla retta*	**D16a BLOCCO A D16b BLOCCO B** **Risposta corretta:** **a.**   **b. 575** **Item a**. Si richiede di individuare nella figura la distanza tra due tacche, che corrisponde a 5 anni, e posizionare correttamente la data di morte di Talete alla distanza di 17 tacche verso destra da quella di nascita (17x5= 85) **Item b.** L'anno di nascita di Pitagora è successivo a quello di Talete; si richiede, pertanto, di svolgere il calcolo -625+50= -575 laddove il segno negativo è sostituito dall'indicazione a.C. Non considerare il segno negativo nella data di nascita di Talete può portare al seguente calcolo errato: 625+50= 675.

Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D17. La figura rappresenta lo schema di una pista formata da: • due archi di circonferenza di raggio 50 cm; • due tratti rettilinei di 100 cm ciascuno, perpendicolari tra loro nel punto medio.  **Qual è la lunghezza della pista?** **Scrivi i calcoli che fai per trovare la risposta e infine riporta il risultato.** .... **Risultato:** circa ..... cm	**AMBITO PREVALENTE** Spazio e figure **SCOPO DELLA DOMANDA** Calcolare la lunghezza di un arco di circonferenza conoscendo il raggio. **PROCESSO PREVALENTE** Risolvere problemi utilizzando strategie in ambiti diversi – numerico, geometrico, algebrico **Indicazioni nazionali** **Traguardi** Spiega il procedimento seguito, anche in forma scritta, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati **Obiettivi** *Calcolare l'area del cerchio e la lunghezza della circonferenza, conoscendo il raggio, e viceversa*	**BLOCCO C** **Risposta corretta:** **Calcoli**: Circonferenza = 100x 3,14 = 314 cm Arco corrispondente a 270° = 235,5 cm Lunghezza pista 235,5 x 2 + 200 = 671 cm **Risultato**: circa 671 cm Si chiede di calcolare la lunghezza di una linea chiusa mista, formata da due tratti rettilinei perpendicolari (di lunghezza nota) e due archi di circonferenza uguali tra loro e di raggio noto. La lunghezza degli archi dipende anche dal loro angolo al centro (per entrambi di 270° - ricavabile per differenza tra l'angolo giro e l'angolo retto). È possibile pervenire al risultato corretto sia ragionando a partire dalla proporzionalità tra l'angolo al centro e la lunghezza dell'arco corrispondente sia riflettendo sulla somma dei due archi: siccome ciascuno corrisponde a 3/4 di circonferenza, la somma dei due è pari ad una circonferenza intera (100π , circa 314 cm) più la sua metà (50π , circa 157 cm). La richiesta di calcoli permette di ricavare informazioni sia sulle diverse strategie seguite sia su eventuali errori nella gestione, per esempio, del π nel calcolo simbolico. È possibile infatti, non approssimando π, giungere alla seguente rappresentazione della lunghezza

Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
		richiesta: $200+150\pi$. Non di rado essa diventa, erroneamente, 350π.
D18. Il signor Giorgi paga per il telefono 40 euro al mese. **Decide di cambiare compagnia telefonica e prende in considerazione due offerte:** • **Offerta A: permette un risparmio del 4 % rispetto alla sua tariffa attuale.** • **Offerta B: permette un risparmio di 4 euro al mese rispetto alla sua tariffa attuale.** **Con quale delle due offerte il signor Giorgi spenderebbe di meno?** **Scegli una delle due risposte e completa la frase.** ☐ Il signor Giorgi spenderebbe di meno con l'offerta A, perché .... ☐ Il signor Giorgi spenderebbe di meno con l'offerta B, perché	**AMBITO PREVALENTE** Numeri **SCOPO DELLA DOMANDA** Confrontare due sconti uno in percentuale e uno in valore assoluto **PROCESSO PREVALENTE** Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico **Indicazioni nazionali** **Traguardi** Sostiene le proprie convinzioni, portando esempi e contro esempi adeguati e utilizzando concatenazioni di affermazioni; accetta di cambiare opinione riconoscendo le conseguenze logiche di una argomentazione corretta **Obiettivi** *Comprendere il significato di percentuale e saperla calcolare utilizzando strategie diverse*	**BLOCCO C** **Risposta corretta:** **Il signor Giorgi spenderebbe di meno con l'offerta B, perché …** Sono da considerare corrette tutte le risposte che fanno vedere i calcoli e confrontano le due offerte o ragionano sulla percentuale e il valore assoluto. La domanda richiede che l'alunno sia in grado di confrontare uno sconto espresso in percentuale con un altro espresso in valore assoluto. L'alunno può essere portato a svolgere dei calcoli oppure può riconoscere che il 4% di una spesa inferiore a 100 euro è sicuramente un valore minore di 4 euro, oppure individuare che 4 euro corrispondono al 10% di 40 euro.

Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D19. **Per produrre 1 kg di carne da manzi di allevamento si utilizzano 10000 litri di acqua. Quanti litri di acqua occorrono per produrre 1000 kg di carne? Scrivi il risultato come potenza del 10, inserendo l'esponente corretto nel quadratino.** ☐ **Risposta:** 10	**AMBITO PREVALENTE** Numeri **SCOPO DELLA DOMANDA** Scrivere il risultato di un'operazione fra interi come potenza del 10 **PROCESSO PREVALENTE** Conoscere diverse forme di rappresentazione e passare da una all'altra **Indicazioni nazionali** **Traguardi** Si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni **Obiettivi** *Esprimere misure utilizzando anche le potenze del 10 e le cifre significative*	**BLOCCO B** **Risposta corretta: 7** Utilizzando un ragionamento di tipo proporzionale, se a 1 kg di carne corrispondono 10 000 litri di acqua, a 1000 kg di carne corrispondono 10000000 litri di acqua (10 milioni di litri). Si richiede all'alunno di saper convertire questo numero nella notazione esponenziale (10^7). Gli eventuali errori (se non attribuibili ad una errata applicazione del ragionamento proporzionale iniziale) si possono ricondurre alla mancata conoscenza di questa notazione oppure all'errato conteggio degli zeri nel numero 10 000 000. Un errore tipico è quello di considerare solo gli zeri dopo il 10 e quindi tradurre 10 milioni con la scrittura 10^6.

Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D20. **Un listello di legno di 60 cm è stato tagliato in pezzi di lunghezza y e pezzi di lunghezza $3y$ per costruire la cornice mostrata in figura.**  **Quale delle seguenti equazioni permette di calcolare la lunghezza y?** A. ☐ $12y = 60$ B. ☐ $12y = 60y$ C. ☐ $5y = 60$ D. ☐ $3y^3 = 60$	**AMBITO PREVALENTE** Relazioni e funzioni **SCOPO DELLA DOMANDA** Individuare l'equazione che descrive e risolve un problema **PROCESSO PREVALENTE** Conoscere diverse forme di rappresentazione e passare da una all'altra **Indicazioni nazionali** **Traguardi** Utilizza e interpreta il linguaggio matematico (piano cartesiano, formule, equazioni, …) e ne coglie il rapporto con il linguaggio naturale. **Obiettivi** *Esplorare e risolvere problemi utilizzando equazioni di primo grado*	**BLOCCO A** **Risposta corretta: A** Lo studente deve scrivere in linguaggio algebrico l'equazione per trovare il perimetro della figura, ricavando dati dall'immagine e dal testo: $(3y + y + y) \cdot 2 = 60$ e operare semplici trasformazioni per individuare l'opzione corretta. L'opzione B rappresenta l'errore di mettere la variabile anche alla lunghezza del perimetro e l'opzione C considera solo le misure presenti nella figura. L'opzione D è simile all'opzione C ma attrae gli studenti che svolgono il prodotto tra le variabili presenti e non la somma

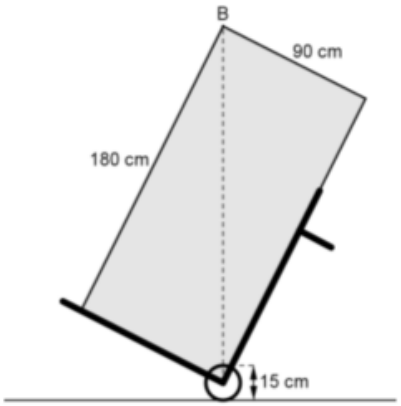
Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D21. Nel seguente disegno è schematizzata una scala.  **Per legge, la pedata deve essere lunga almeno 30 cm e la somma tra il doppio dell'alzata e la pedata deve essere compresa tra 62 e 64 cm (estremi compresi).** **a. Tra le seguenti coppie di valori, quale rispetta la legge?** A. ☐ alzata = 18 cm; pedata = 28 cm B. ☐ alzata = 15 cm; pedata = 32 cm C. ☐ alzata = 14 cm; pedata = 31 cm D. ☐ alzata = 16 cm; pedata = 27 cm **b. La pedata di una scala misura 34 cm. Per rispettare la legge, il doppio dell'alzata dovrà essere compreso tra 28 cm e ..... cm, perciò l'alzata dovrà essere compresa tra 14 cm e ..... cm.**	**AMBITO PREVALENTE** Relazioni e funzioni **SCOPO DELLA DOMANDA** a. Individuare i dati che rispettano una relazione assegnata b. Calcolare dati che rispettano una relazione assegnata **PROCESSO PREVALENTE** a. Conoscere e utilizzare algoritmi e procedure b. Risolvere problemi utilizzando strategie in ambiti diversi – numerico, geometrico, algebrico **Indicazioni nazionali** **Traguardi** Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza **Obiettivi** *Saper valutare la variabilità di un insieme di dati determinandone, ad esempio, il campo di variazione.*	**D21a BLOCCO A D21b BLOCCO B** **Risposta corretta:** **a. B** **b.** La pedata di una scala misura 34 cm. Per rispettare la legge, il doppio dell'alzata dovrà essere compreso tra 28 cm e 30 cm, perciò l'alzata dovrà essere compresa tra 14 cm e 15 cm**.** Si tratta di individuare una coppia di misure tenendo conto dei vincoli espressi nel testo, descritti in linguaggio naturale che esprimono la relazione che deve esserci fra alzata e pedata di una scala. Le opzioni A e D non rispettano il vincolo della lunghezza della pedata (almeno 30 cm), per eliminare l'opzione C è necessario tener conto anche del secondo vincolo cioè della relazione fra alzata e pedata, in questo caso 14x2+31= 59 cm , minore di 62 cm.

Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D22. **Martina ha eseguito la seguente moltiplicazione.** $2{,}85 \cdot 0{,}92$ **Indica con una crocetta se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).** a. Il risultato è maggiore di 2,85 ☐ V ☐ F b. Il risultato è maggiore di 0,92 ☐ V ☐ F c. Il risultato è il 92% di 2,85 ☐ V ☐ F	**AMBITO PREVALENTE** Numeri **SCOPO DELLA DOMANDA** Stimare il risultato di un'operazione con uno dei numeri decimali maggiore di zero e minore di 1 **PROCESSO PREVALENTE** Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica **Indicazioni nazionali** **Traguardi** Si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni **Obiettivi** *Dare stime approssimate per il risultato di una operazione e controllare la plausibilità di un calcolo*	**BLOCCO A** **Risposta corretta: F V V** La domanda non richiede necessariamente lo svolgimento di calcoli ma è sufficiente la conoscenza di alcune specificità delle operazioni aritmetiche tra numeri razionali. **Item a**. Il risultato della moltiplicazione è minore di 2,85 perché questo numero è moltiplicato per un numero minore di 1. **Item b**. Il risultato della moltiplicazione è maggiore di 0,92 perché questo numero è moltiplicato per un numero maggiore di 1. **Item c.** Si richiede di riconoscere l'equivalenza di rappresentazione tra il calcolo del 92% e il prodotto per 0,92.
D23. **Considera due numeri naturali qualsiasi s e t. Se $a=3s$ e $b=3t$, allora $a+b$ è sempre divisibile per 3 perché...** A. ☐ $a+b=3s+3t=3\cdot(s+t)$ B. ☐ $a+b=3$ C. ☐ $a+b=6+9=15$ D. ☐ $a+b=3s+3t=3\cdot s+t$	**AMBITO PREVALENTE** Numeri **SCOPO DELLA DOMANDA** Riconoscere una giustificazione corretta che utilizza il linguaggio algebrico **PROCESSO PREVALENTE** Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico	**BLOCCO C** **Risposta corretta: A** Il trattamento della scrittura algebrica $a+b$ attraverso la sostituzione ($a=3s$ e $b=3t$) e il raccoglimento del fattore 3 consentono di mettere in luce la divisibilità per tre della somma $a+b$.

Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
	Indicazioni nazionali **Traguardi** Produce argomentazioni in base alle conoscenze teoriche acquisite (ad esempio sa utilizzare i concetti di proprietà caratterizzante e di definizione). **Obiettivi** *Interpretare, costruire e trasformare formule che contengono lettere per esprimere in forma generale relazioni e proprietà.*	Opzione B: l'alunno non riesce a manipolare la scrittura algebrica e traduce la divisibilità per 3 di $a+b$ con il fatto che $a+b$ sia proprio uguale a 3. Opzione C: l'alunno fornisce una scrittura coerente con il testo espresso in linguaggio algebrico ma limitata a un caso aritmetico particolare. Opzione D: l'alunno riconosce un trattamento della scrittura algebrica parzialmente corretto, ma che non tiene conto delle convenzioni adeguate (utilizzo delle parentesi per rappresentare il raccoglimento del fattore comune).

Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D24. **Marta confeziona il regalo per un'amica utilizzando una scatola a forma di cubo. Per abbellire la scatola Marta applica su tutte le facce degli adesivi quadrati tutti uguali, disponendoli come in figura.** **Quanti adesivi in totale applica Marta sulla scatola?** A. ☐ 9 B ☐ 18 C. ☐ 15 D. ☐ 30	**AMBITO PREVALENTE** Spazio e figure **SCOPO DELLA DOMANDA** Visualizzare figure nello spazio e equiscomponibilità **PROCESSO PREVALENTE** Riconoscere le forme nello spazio e utilizzarle per la risoluzione di problemi geometrici o di modellizzazione **Indicazioni nazionali** **Traguardi** Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi **Obiettivi** *Visualizzare oggetti tridimensionali a partire da rappresentazioni bidimensionali*	**BLOCCO A** **Risposta corretta: B** Si chiede il numero di adesivi da applicare sulle facce di un cubo per ottenere la disposizione rappresentata in una figura nella quale sono visibili solo metà delle facce del cubo. La maggior parte degli adesivi sono posizionati a metà tra due facce. Questa disposizione rende poco vantaggioso ragionare in termini di singole facce a favore di un ragionamento a partire dagli spigoli (un adesivo ogni faccia e un adesivo ogni spigolo). Per giungere alla risposta corretta è necessario considerare anche le facce non visibili in figura. Opzione A. Vengono contati solo gli adesivi visibili in figura (considerando che due triangoli formano un adesivo) Opzione B. 6 adesivi (uno per ogni faccia) + 12 adesivi (uno per ogni spigolo) Opzione C. Vengono considerate 5 figure (tra quadrati e triangoli) per ciascuna delle 3 facce visibili nel disegno Opzione D. Vengono considerate 5 figure (tra quadrati e triangoli) per ciascuna delle 6 facce del cubo

Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D25. Osserva la seguente tabella. 	n	1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---	---
2^n	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8
Cifra delle unità di 2^n	2	4	8	6	2	4	....	.... | **a. Completa la tabella inserendo al posto dei puntini la cifra delle unità di 2^7 e la cifra delle unità di 2^8.** **b. Immagina di continuare la tabella fino a $n = 20$.** **Qual è la cifra delle unità di 2^{20}?** A. ☐ 2 B. ☐ 4 C. ☐ 6 D. ☐ 8	**AMBITO PREVALENTE** Relazioni e funzioni **SCOPO DELLA DOMANDA** a. Riconoscere la cifra delle unità dopo aver calcolato una potenza b. Riconosce una regolarità in una sequenza **PROCESSO PREVALENTE** a. Conoscere e utilizzare algoritmi e procedure b. Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico **Indicazioni nazionali** **Traguardi** a. Si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni b. Produce argomentazioni in base alle conoscenze teoriche acquisite (ad esempio sa utilizzare i concetti di proprietà caratterizzante e di definizione). **Obiettivi** *Riconoscere e descrivere regolarità in una sequenza di numeri o figure*	**D25a BLOCCO A D25b BLOCCO B** **Risposta corretta:** **a. 8 6** **b. C** Si tratta di una ricerca di regolarità scoprendo che le cifre delle unità delle potenze del 2 si susseguono secondo uno schema (2;4;8;6). Per completare la tabella è sufficiente calcolare le due potenze 2^7=128 e 2^8=256 per individuare la cifra delle unità. Nell'item b si richiede di individuare la cifra di 2^{20} tenendo conto della regolarità espressa nella tabella precedente. Lo studente potrebbe anche rispondere calcolando il risultato di 2^{20}, (1 048 576) ma si tratta di una strategia ben poco efficiente poiché richiede tempo e calcoli. Tenendo conto del fatto che 20 è un multiplo di 4 e che la regolarità ha "passo" 4 allora l'ultima cifra di 2^{20} è 6.

Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D26. **Gabriele ha comperato un nuovo frigorifero. Per portarlo in cucina usa un carrello, come rappresentato nella figura.**  **Quale espressione ti permette di calcolare la massima distanza dal suolo del punto B quando il frigorifero è trasportato sul carrello?** A. ☐ $\sqrt{180^2+90^2}+7{,}5$ B. ☐ $\sqrt{180^2-90^2}+7{,}5$ C. ☐ $\sqrt{180+90}+7{,}5$ D. ☐ $\sqrt{180^2}+\sqrt{90^2}+7{,}5$	**AMBITO PREVALENTE** Spazio e figure **SCOPO DELLA DOMANDA** Individuare l'espressione che rappresenta l'applicazione corretta del teorema di Pitagora **PROCESSO PREVALENTE** Conoscere e utilizzare algoritmi e procedure **Indicazioni nazionali** **Traguardi** Confronta procedimenti diversi e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi **Obiettivi** *Conoscere il Teorema di Pitagora e le sue applicazioni in matematica e situazioni concrete*	**BLOCCO B** **Risposta corretta: A** Si richiede la lunghezza della distanza del punto B dalla retta che rappresenta il suolo. Tale distanza è la somma della diagonale del rettangolo, faccia laterale del frigorifero, e del raggio della ruota del carrello. La lunghezza del diametro della ruota e le dimensioni del rettangolo sono fornite dalla figura. Le proprietà del rettangolo consentono di stabilire che le sue dimensioni corrispondono ai cateti di un triangolo rettangolo la cui ipotenusa è proprio la diagonale del rettangolo. Il teorema di Pitagora consente di ricavare la lunghezza della diagonale. Le opzioni si differenziano solo per la componente relativa alla lunghezza della diagonale. Opzione B. Si confonde l'applicazione del teorema di Pitagora per il calcolo dell'ipotenusa con quella per il calcolo di un cateto. Opzione C. I cateti non sono elevati al quadrato Opzione D. Si estende, indebitamente, la proprietà della radice di un prodotto (pari al prodotto delle radici dei fattori) al caso della radice di una somma di termini.

Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D27. Osserva il seguente grafico, relativo alla produzione annuale di scarpe di una fabbrica. **In quale anno il numero di scarpe estive prodotte sarà uguale a quello delle scarpe invernali se la produzione continua con lo stesso andamento?** A. ☐ 2015 B. ☐ 2016 C. ☐ 2017 D. ☐ 2018	**AMBITO PREVALENTE** Dati e previsioni **SCOPO DELLA DOMANDA** Confrontare l'andamento di due relazioni rappresentate nello stesso grafico **PROCESSO PREVALENTE** Utilizzare strumenti, modelli e rappresentazioni nel trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale **Indicazioni nazionali** **Traguardi** Analizza e interpreta rappresentazioni di dati per ricavarne misure di variabilità e prendere decisioni **Obiettivi** *In situazioni significative, confrontare dati al fine di prendere decisioni, utilizzando le distribuzioni delle frequenze e delle frequenze relative*	**BLOCCO A** **Risposta corretta: C** Il grafico presente nello stimolo riporta contemporaneamente l'andamento della produzione delle scarpe invernali e di quelle estive per circa un decennio a partire dal 2011. Per rispondere correttamente alla domanda lo studente deve rendersi conto che da un anno all'altro, mentre la produzione delle scarpe estive aumenta di 3000 unità, quella delle scarpe invernali aumenta solo di 2000 unità. Di conseguenza, ogni anno la differenza tra la produzione di scarpe invernali e di scarpe estive diminuisce di 1000 unità. Se nel 2011 tale differenza è di 6000 unità, occorreranno 6 anni perché tale differenza si annulli.

Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D28. **Il volume del parallelepipedo rettangolo si trova con la seguente formula:** $V = a \cdot b \cdot c$ **dove *a*, *b* e *c* sono le misure degli spigoli.** **Lo spigolo *c* di un parallelepipedo rettangolo misura 5 cm e il volume è 45 cm^3.** **Quale delle seguenti formule esprime la relazione tra le misure degli spigoli *a* e *b* del parallelepipedo?** A. ☐ $a + b = 9$ B. ☐ $a \cdot b = 9$ C. ☐ $a + 9 = b$ D. ☐ $a \cdot 9 = b$	**AMBITO PREVALENTE** Relazioni e funzioni **SCOPO DELLA DOMANDA** Interpretare le relazioni tra gli elementi di una formula **PROCESSO PREVALENTE** Conoscere e utilizzare algoritmi e procedure **Indicazioni nazionali** **Traguardi** Utilizza e interpreta il linguaggio matematico (piano cartesiano, formule, equazioni, …) e ne coglie il rapporto con il linguaggio naturale. **Obiettivi** *Interpretare, costruire e trasformare formule che contengono lettere per esprimere in forma generale relazioni e proprietà*	**BLOCCO B** **Risposta corretta: B** Lo studente deve individuare la relazione fra parti di una equazione dati due parametri. E' necessario attuare semplici manipolazioni algebriche, simili a quelle utilizzate nella pratica didattica per l'individuazione delle formule inverse di calcolo di aree o volumi. $45 = a \cdot b \cdot 5$ quindi $\frac{45}{5} = a \cdot b$ $9 = a \cdot b$. Le diverse opzioni rappresentano errori possibili nel trattamento del linguaggio algebrico.