

2. OPERAZIONI TRA MONOMI E POLINOMI

• SOMMA ALGEBRICA

La somma di due monomi è possibile se e solo se i monomi hanno identica la parte letterale (simili). La somma algebrica di due o più monomi simili è un monomio che ha per coefficiente la somma algebrica dei coefficienti e per parte letterale la stessa parte letterale.

$$\text{Es: } -4a^2b + 3a^2b = (-4 + 3)a^2b = -a^2b$$

Si può applicare la proprietà distributiva, raccogliendo a fattore comune, a somme i cui addendi hanno lo stesso fattore

$$\begin{aligned} \text{Es: } &+ 2ab - 5ab + 4ab = \\ &(+2 - 5 + 4) ab = \\ &+1ab = ab \end{aligned}$$

Quando operiamo con le espressioni, l'unica cosa che si può effettuare è **la riduzione dei termini simili** del polinomio, cioè la somma di tutti i monomi simili presenti.

PROCEDIMENTO:

1. Eliminare le parentesi che racchiudono i polinomi (*L'eliminazione di una parentesi preceduta dal segno + non cambia il segno dei monomi in essa contenuti. L'eliminazione di una parentesi preceduta dal segno - porta a cambiare il segno di tutti i monomi in essa contenuti.*)
2. Sottolineare con colori e simboli diversi tutti i monomi simili
3. Sommare i coefficienti dei monomi simili applicando la proprietà distributiva
4. Ordinare il polinomio ridotto

$$\begin{aligned} \text{Es: } &4x + (x - 6y) - (9x - 3y) = \\ &4x + x - 6y - 9x + 3y = \\ &(4 + 1 - 9)x + (-6 + 3)y = \\ &4x - 3y \end{aligned}$$

• MOLTIPLICAZIONE

1) Monomio x Monomio

Calcolare il prodotto di due o più monomi è sempre possibile. Il prodotto di due o più monomi è uguale un monomio che ha per coefficiente il prodotto dei coefficienti e per parte letterale il prodotto delle parti letterali. Alla parte letterale si applica la proprietà del prodotto di potenze con stessa base.

$$\text{Es: } (2a^2b)(-3a^2b^4c^3) = -6a^{2+2}b^{1+4}c^3 = -6a^4b^5c^3$$

2) Monomio x Polinomio

Si applica la proprietà distributiva moltiplicando il monomio per ogni termine del polinomio. Alla fine si sommano i prodotti ottenuti e si riducono i monomi eventualmente simili.

$$\text{Es: } 3x(4x - 5y) = (3x \times 4x) - (3x \times 5y) = 12x^2 - 15xy$$

3) Polinomio x Polinomio

Si applica la proprietà distributiva moltiplicando ogni termine del primo per ciascun termine del secondo. Alla fine si sommano i prodotti ottenuti e si riducono i monomi eventualmente simili.

$$\text{Es: } (3x + y)(x - 2y) = 3x^2 - 6xy + xy - 2y^2 = 3x^2 - 5xy - 2y^2$$

Nella moltiplicazione di più polinomi si moltiplicano i primi due polinomi tra loro (scrivendo il risultato tra parentesi) e nel passaggio successivo si moltiplica tale risultato per il terzo polinomio, ... e così via.

$$\text{Es: } (3x + y)(x - 2y)(3 + y) = (3x^2 - 6xy + xy - 2y^2)(3 + y) = (3x^2 - 5xy - 2y^2)(3 + y) = \dots$$

• DIVISIONE

1) Monomio : monomio

Calcolare il quoziente di due monomi è sempre possibile. Il quoziente di due monomi è uguale a un monomio che ha per coefficiente il quoziente dei coefficienti e per parte letterale il quoziente delle parti letterali. Alla parte letterale si applica la proprietà del quoziente di potenze con la stessa base

$$\text{Es: } (+12a^5b^2c) : (-15a^2bc) = \frac{+12aaaaabbc}{-15aabc} = -\frac{4}{5}a^{5-2}b^{2-1}c^{1-1} = -\frac{4}{5}a^3b$$

2) Polinomio : monomio

Si applica la proprietà distributiva dividendo ciascun termine del polinomio per il monomio. Alla fine si addizionano i quozienti ottenuti e si riducono i monomi eventualmente simili.

$$\text{Es: } (6x^3 - 12x^2) : (-2x) = \frac{+6x^3}{-2x} + \frac{-12x^2}{-2x} = -3x^{3-1} + 6x^{2-1} = -3x^2 + 6x$$

3) Polinomio : Polinomio

La divisione tra due polinomi si può eseguire con un metodo che ricalca in parte quello della divisione tradizionale. Nei casi in cui il divisore è un binomio di primo grado si può utilizzare la Regola di Ruffini e si studierà alle superiori

• ELEVAMENTO A POTENZA

1) **potenza di un monomio**

La potenza di un monomio è un monomio che ha per coefficiente la potenza del coefficiente e per parte letterale la potenza della parte letterale. Alla parte letterale si applica la proprietà della potenza di potenza.

$$\text{Es: } (-3a^3b^2c)^2 = +9a^{3 \times 2}b^{2 \times 2}c^{1 \times 2} = +9a^6b^4c^2$$

2) **Potenza di polinomi o PRODOTTI NOTEVOLI**

✓ **SOMMA X DIFFERENZA DI DUE MONOMI**

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Bisogna innanzi tutto riconoscere la presenza nei due binomi di:

- **2 monomi uguali, non importa se tutti e due negativi o positivi (+a e +a)**
- **2 monomi opposti (+b e - b)**

Il risultato sarà composto sempre da due termini:

- **il quadrato positivo del monomio uguale (+a²)**
- **il quadrato negativo del monomio opposto (-b²)**

$$\text{Es: } (-3x - 5y^2)(5y^2 - 3x) = +9x^2 - 25y^4$$

$$\text{DIM: } (-3x - 5y^2)(5y^2 - 3x) = -15xy^2 + 9x^2 - 25y^4 + 15xy^2 = +9x^2 - 25y^4$$

✓ **QUADRATO DI BINOMIO**

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

Bisogna innanzi tutto riconoscere la presenza nei due binomi di:

- **segno dei termini (3 casi: tutti e due positivi, uno positivo e uno negativo, tutti e due negativi)**

Il risultato sarà composto da tre termini:

- **il quadrato sempre positivo del primo termine (+a²)**
- **il quadrato sempre positivo del secondo termine (+b²)**
- **il Terzo termine si forma moltiplicando +2 con i due termini di partenza con i propri segni**

$$\text{Es: } (-3a - 5ab^2)^2 = +9a^2 + 25a^2b^4 + (+2 \cdot -3a \cdot -5ab^2) = +9a^2 + 25a^2b^4 + 30a^2b^2$$

$$\text{DIM: } (-3a - 5ab^2)(-3a - 5ab^2) = +9a^2 - 15a^2b^2 - 15a^2b^2 + 25a^2b^4 + = +9a^2 + 25a^2b^4 + 30a^2b^2$$

✓ **FALSI PRODOTTI**

In alcuni casi alcuni prodotti possono sembrare notevoli ma non lo sono. Attenzione sempre ai segni

$$\text{Es: } (-3x + 4y)(3x - 4y) = \text{NO - prod - notevole!!!} = -9x^2 + 12xy + 12xy - 16y^2$$